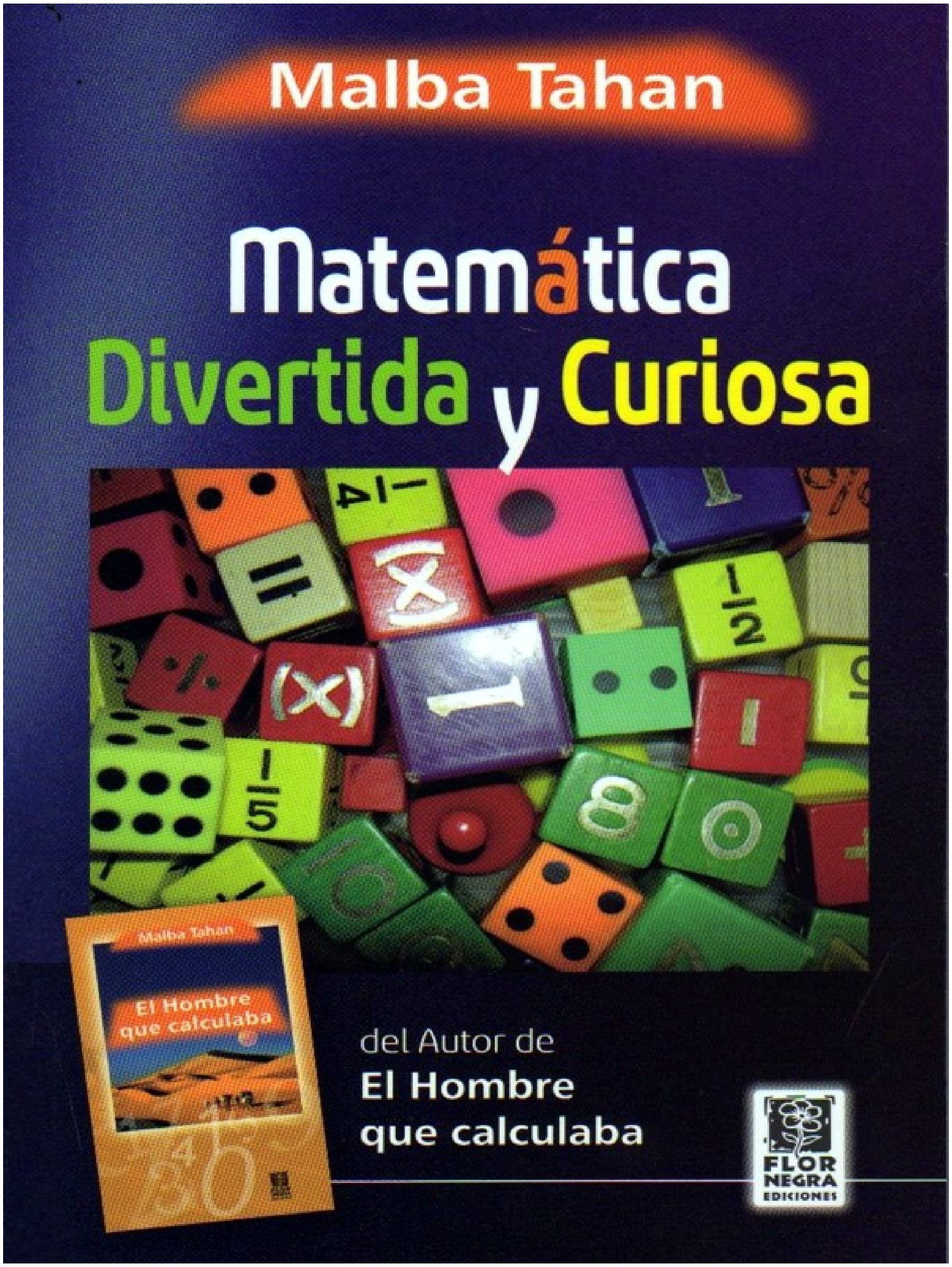

Malba Tahan
Matemática
Divertida y Curiosa
Malba Tahan
El Hombre que calculaba
del Autor de
El Hombre
que calculaba
FLOR NEGRA
EDICIONES

Prefacio

El presente volumen contiene exclusivamente recreaciones y curiosidades relativas a la Matemática Elemental. No fueron, por lo tanto, incluidas en esta obra las variedades y problemas que envolviesen números transcendentes, funciones algebraicas, logaritmos, expresiones imaginarias, curvas trigonométricas, geometrías no euclidianas, funciones moduladas, etc.

Hayamos que sería más interesante no dividir la materia que constituye este libro en partes distintas según la naturaleza de los asuntos, aritmética álgebra, geometría, etc. así los lectores encontrarán entrelazados, sin que tal disposición obedezca a ley alguna, problemas numéricos, anécdotas, sofismas, cuentos, frases célebres, etc.[1]

Abolimos por completo las demostraciones algebraicas complicadas y las cuestiones que exigen cálculos numéricos trabajosos. Ciertos capítulos de matemática son abordados de modo elemental e intuitivo; no tendrían otra cabida en un libro de esta naturaleza, estudios desarrollados sobre los cuadrados mágicos, sobre los números amigos o sobre la división áurea.

Los profesores de matemática, salvo raras excepciones, tienen en general, acentuada tendencia para el algebrismo árido y enfadoso. En vez de problemas prácticos, interesantes y simples exigen sistemáticamente de sus alumnos, verdaderas charadas cuyo sentido el estudiantes no llega a penetrar. Es bastante conocida la frase de un geómetra famoso que después de una clase en una escuela politécnica, exclamó radiante:"¡Hoy sí que estoy satisfecho! ¡De toda la sala nadie entendió nada!

El mayor enemigo de las matemáticas es, sin duda, el Algebrista, que no sabe hacer otra cosa que sembrar en el espíritu de los jóvenes esa injustificada aversión al estudio de la ciencia más simple, más bella y más útil. Galería la cultura general de todos sí los estudiantes, plagiando al célebre exegeta de Platón, escribiesen en las puertas de su escuela:"Nadie entre aquí sin saber Geometría."

Esa exigencia, sin embargo, no debiera ser... platónica.

[1] Por facilidad de manejo en la red, he decidido dividirlo en secciones, pero manteniendo estrictamente el orden de los artículos, tal como aparecen en el original. N. de T.

Sección 1

Contenido:

30. Los grandes geómetras

1. Matemáticos brujos

Cuéntanos Rebière[2] que el zar Iván IV, conocido como el Terrible, propuso una vez un problema a un geómetra de su corte.

Este era determinar cuántos ladrillos se necesitarían para de la construcción de un edificio ordinario, cuyas dimensiones eran conocidas.

La respuesta fue rápida, y se llegó después de la construcción, a demostrar la exactitud de los cálculos. Iván, impresionado con este hecho, mandó quemar al matemático, convencido que había liberado al pueblo ruso de un brujo peligroso.

François Viète[3], el fundador del álgebra moderna, también fue acusado de cultivar la brujería.

Así es como los historiadores narran ese curioso episodio:

Durante las guerras civiles en Francia los españoles se servían, para su correspondencia secreta, de un código en que figuraban cerca de 600 símbolos diferentes, periódicamente permutado según cierta regla que sólo los súbditos más íntimos de Felipe lo conocían. Habiendo sido, sin embargo, interceptado un despacho secreto de España, Enrique IV, rey de Francia, resolvió que el genio maravilloso de Viète descifrara el escrito. El geómetra no sólo descifró el documento capturado si no que descubrió la palabra secreta del código español. De ese descubrimiento, los franceses sacaron incalculable ventaja durante dos años.

Cuando Felipe II supo que sus enemigos habían descubierto el secreto del código tenido como indescifrable, fue presa de gran espanto y rencor, apresurándose a en llevar al Papa Gregorio XIII la denuncia que los franceses, contrariamente a la práctica de la fe cristiana, "recurrían a sortilegios diabólicos de magia y brujería", denuncia a la que el Pontífice no dio ninguna atención.

Sin embargo, es curioso el hecho que Viète, a causa de su talento matemático, fuera incluido entre los brujos y fetichistas de su tiempo.[4]

---

[2] Rebière — Mathématiques e mathématiciens.
[3] Matemático francés, nacido en 1540 y fallecido en 1603.
[4] Ver artículo "François Viète" del libro *Álgebra, 3º año*, de Cecil Thiré y Mello y Souza.

2. La Geometría (Kant)

La geometría es una ciencia de todas las especies posible de espacio.

3. Creaturas fenomenales

El escritor francés Alfonso Daudet, en su libro Tartarin de Tarascón, cuenta un episodio que destacamos a continuación: "detrás de un camello 4000 corrían, a pie descalzo, Gesticulando, riendo como locos y haciendo brillar al sol, 600.000 dientes muy blancos".

Una simple división de números enteros no muestra que Daudet, cuya vivacidad espíritu es inconfundible, atribuyó un total de 150 dientes para cada árabe, transformando los 4000 perseguidores en criaturas fenomenales.

4. El problema de las piñas

Dos campesinos, A y B, encargaron a un feriante vender dos partidas de piñas.

El campesino A entregó 30 piñas que debían ser vendidas a razón de tres por $ 1000; B entregó, también 30 piñas para las cuales estipuló un precio un poco más caro, esto es a razón de 2 por $1000.

Está claro que, efectuada la venta, el campesino A debía recibir $ 10.000 y el campesino B, $15.000. El total de la venta sería, por tanto, de $ 25.000.

Al llegar, sin embargo, a la feria, el feriante se sintió dudoso.

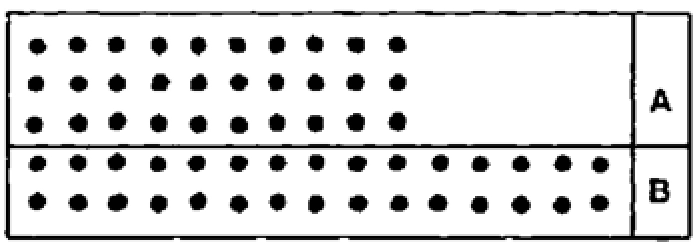
- Si yo comenzara la venta por las piñas más caras, pensó, pierdo la clientela; si inicio el negocio por las más baratas, encontraré después, dificultades para vender las otras. Lo mejor que tengo que hacer es vender las dos partidas al mismo tiempo.

Llegando esa conclusión, el aproblemado feriante reunió las 60 piñas y comenzó a venderlas en grupos de a cinco por $ 2000. El negocio era justificado por un raciocinio muy simple: si yo debía vender a 3 por $1000, y después a 2 por $ 1000, esto es a razón de 400 reales cada una.

Vendidas las 60 piñas el feriante obtuvo $24.000.

¿Cómo pagarles a los dos campesinos si el primero debe recibir $10.000 y el segundo $15.000?

Había una diferencia de $ 1000 que el pobre hombre no sabía cómo explicar, pues había hecho el negocio con el máximo de cuidado.
Intrigadísimo repetía decenas de veces el raciocinio hecho, sin descubrir la razón de la diferencia:
-¡Vender 3 por $ 1000 y después vender 2 por $ 1000 es la misma cosa que vender cinco por $ 2000!
Hay una diferencia de 10 centavos en el valor de cada piña para cumplir correctamente con el total. El feriante amenazaba a la matemática con plagas terribles.
La solución del caso es simple y aparece perfectamente indicada en la figura de abajo. En el rectángulo superior están indicadas las piñas del campesino A, y en el rectángulo inferior, las del campesino B.
El feriante sólo disponía, como muestra la figura, que podían ser vendidos, sin perjuicio, 10 grupos a razón de 5 por $2000. Vendidos esos 10 grupos restaban 10 piñas que pertenecían exclusivamente al campesino B y que por tanto no podían ser vendidas sino que a 500 reales cada una.



De ahí resultó la diferencia que el campesino verificó al terminar el negocio y que nunca pudo explicar.

5. La invención de la Matemática (Descartes)

La matemática tiene inventos tan sutiles, que podrían satisfacer no sólo la curiosidad sino que también para ayudar a las artes y ahorrar trabajo a los hombres.

6. Ilusión óptica

La persona que examine con atención la curiosa figura de abajo (Figura 2) será capaz de jurar que las curvas que en ella aparecen son espirales perfectos.

Esta afirmación es errónea. La figura constituye una notable ilusión de óptica imaginada por el doctor Frazer.

Todas las curvas del diseño son círculos perfectos. Un simple compás traerá esa certeza al espíritu del observador.

7. El papiro Rhind

El coleccionista inglés llamado Rhind adquirió un documento antiquísimo encontrado por los árabes entre las ruinas de dos túmulos de faraones. Consistía ese documento, como lo comprobaron los sabios que lo tradujeron, un papiro escrito 20 siglos a. C. por un sacerdote egipcio llamado Ahmés.

Nadie puede imaginar las dificultades que los egiptólogos encontraron para llevar a término la tarea de descifrar el papiro. Al ver el documento todo parece confuso y enmarañado. Bajo un título pomposo, Las reglas para investigar la naturaleza y saber todo lo que existe, todos los misterios, todos los secretos, pero el papiro no es más que un cuaderno de un alumno conteniendo un ejercicio de la escuela.

Esa es la opinión de un cientista notable, llamado Ravillout, que analizó con mayor cuidado el documento egipcio.

El papiro contiene problemas de aritmética, cuestiones de geometría y varias reglas empíricas para el cálculo de áreas y de volúmenes.

Vamos incluir aquí, a título de curiosidad, un problema del papiro:

Dividir 700 haces (porción atada de mieses) en cuatro personas de modo de dar dos tercios a la primera, un medio a la segunda, un tercio a la tercera y un cuarto a la cuarta.

El papiro de Ahmés, según mostró el profesor Raja Gabaglia, en varios problemas de adición y de substracción aparecen indicadas por signo que representa dos piernas. Cuando esas piernas estaban vueltas hacia la dirección de la escritura, representaban un signo más; cuando estaban orientados en dirección opuesta, indicaban un signo menos. Esos fueron, tal vez, los primeros signos de operaciones usados en matemática.

Y el coleccionista Rhind, por causa de ese papiro, se hizo famoso en matemática sin haber cultivado o estudiado jamás esa ciencia.

8. La economía de Palo Duro

Un avaro, que el pueblo apodaba Palo Duro, movido por la manía mórbida de juntar dinero, resolvió cierta vez, economizar de la siguiente forma: el primer día del mes guardaría en un cofre, un veinte; el segundo día, dos veintes; el tercer día, cuatro veintes; el cuarto día, ocho veintes y así doblando sucesivamente, durante 30 días seguidos.

¿Cuánto tendría Palo Duro almacenado, de ese modo, cuando terminase el mes? ¿Más de un conto[5] de real? ¿Menos de un conto?

Para que el lector no se sienta complicado vamos a ser algunos esclarecimientos.

Al fin de una semana, o mejor, ocho días después, el avaro habría economizado apenas 255 veintes, esto es, $ 5100.

¿Y al fin de las cuatro semanas?

Un profesor de matemática propuso ese problema de improviso a un grupo de 50 estudiantes. La solución debería ser dada mentalmente.

Uno de los alumnos respondió luego que la suma no pasaría de $ 500.000.

Otro estimó en dos contos de real la suma total.

Un tercero, inspirado por alguna desconfianza sobre el resultado del problema, aseguró que Palo Duro tendría casi 200 contos de real.

-¡No llega a 100 contos!- Afirmó con seguridad el primer calculista del grupo.

En resumen, no hubo ningún estudiante que diese un resultado aproximadamente verdadero.

Al cabo de 30 días, el avaro habría economizado un número de veintes igual a 1.073.741.823, el número que equivale a la cantidad de 21.474.836.460 centavos. ¡Más de 21.000 contos! ¿El lector no lo cree? Haga entonces las cuentas y verifique que ese resultado es rigurosamente exacto.

9. Geómetras célebres

Tales de Mileto, célebre astrónomo y matemático griego. Vivió cinco siglos antes de Cristo. Fue uno de los siete sabios de Grecia y fundador de la escuela filosófica denominada Escuela Jónica. Fue el primero en explicar la causa de los eclipses de

[5] Conto: moneda no oficial de Brasil, equivalente a un millón de centavos (NT)

sol y de luna. Descubrió varias proposiciones geométricas. Murió a los 90 años de edad, asfixiado por la multitud, cuando se retiraba de un espectáculo.

10. ¿Cuántos versos tienen "Os Lusíadas"? [6]

Como todos saben las Lusíadas presentan 1102 estrofas y cada estrofa contiene ocho versos. ¿Cuántos versos tienen todo el poema?

Presentado ese problema cualquier persona responderá con certeza:

- Esa es una pregunta infantil. Basta multiplicar 1102 por ocho. Las Lusíadas tienen 8816 versos.

Pues esa respuesta, con gran sorpresa para los algebristas, no está correcta. Las Lusíadas, aún teniendo 1102 estrofas con ocho versos cada una presentan 8814 versos y no 8816 como era de esperar.

La razón es simple. Hay en ellas dos versos repetidos, y que por lo tanto no pueden ser contados dos veces.

Todavía hay un nuevo problema sobre el número de versos del célebre poema épico portugués: ¿cuántos versos tiene Camões en las Lusíadas?

Aquel que responda que el inmortal poeta compuso 8114 tratando de acertar ¡yerra redondamente!

Camões presenta en las Lusíadas apenas 8113 versos pues de los 8114 es preciso descontar un verso de Petrarca[7], incluido en la estrofa 78 del Canto IX.

11. Productos curiosos

Algunos números, resultantes de los factores de multiplicación de números enteros, presentan sus dígitos dispuestos en una forma única.

Estas cifras, que aparecen en los productos llamados curiosos, han sido objeto de la atención de los matemáticos.

Citemos algunos ejemplos. Tome el número 12345679 en el que aparecen, en orden aumento de sus dígitos, todas las cifras significativas, excepto de 8. Multiplique este número por múltiplos de 9, a saber: 9, 18, 27, 36, etc., y obtenemos:

[6] Os Lusíadas, de Luís de Camões, es una epopeya portuguesa por excelencia publicada por primera vez en 1572, tres años después del regreso del autor de Oriente. Se compone de diez cantos, con número variable de estrofas, que son en su mayoría octavas decasílabas

[7] El verso del lírico italiano es el siguiente y corresponde al proverbio portugués: "de la mano a la boca se pierde muchas veces la sopa"

12 345 679 x 9 = 111 111 111
12 345 679 x 18 = 222 222 222
12 345 679 x 27 = 333 333 333
12 345 679 x 36 = 444 444 444

Vemos que el producto resulta en nueve dígitos iguales.
Los productos que indicamos abajo, tienen un multiplicando constante igual a nueve:

9 x 9 = 81
9 x 98 = 882
9 x 987 = 8 883
9 x 9 876 = 88 884

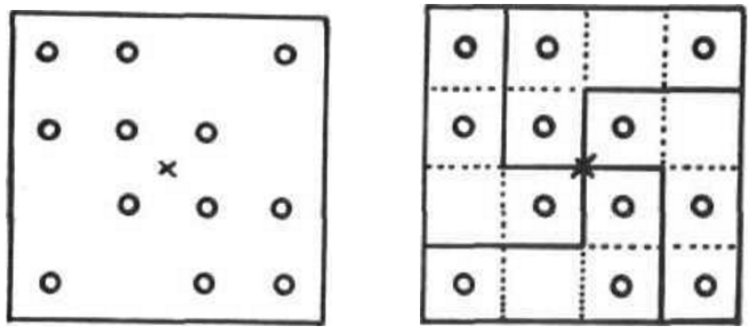
presentan también una singularidad. En estas cifras el número 8 repetido 1, 2, 3 veces, etc., como lo señala el último dígito de la derecha.

12. La geometría (Poincaré)

El espacio es un objeto que el geómetra debe estudiar.

13. La herencia del agricultor

Un agricultor ha dejado un legado para sus cuatro hijos en forma baja de un cuadrado donde habían recibido la orden de plantar 12 árboles.
El terreno debe estar dividido en 4 partes geométricamente idénticas, cada una con el mismo número de árboles.
El dibujo II de la figura siguiente, claramente muestra como debe ser asignado el terreno a fin que se cumplan las exigencias del agricultor.



14. Origen del signo más (+)

El empleo del signo más (+) aparece en la Aritmética Comercial de John Widman d'Eger, publicado en Leipzig en 1489.

Los antiguos matemáticos griegos, como se ve en la obra de Diofanto, se limitaban a indicar la yuxtaposición de las partes, además, un sistema que hoy tenemos, cuando nos referimos a la suma de un número entero con una fracción. Los italianos usaban la letra P como signo para la operación de suma, inicial de la palabra latina plus.

15. Números amigos

Ciertas propiedades de números enteros reciben nombres curiosos, que a menudo ha sorprendido a los espíritus con la guardia baja, o no muy afectos a transformaciones aritméticas múltiples. Algunos matemáticos buscan dentro de la ciencia un ancho campo abierto, donde pueden hacer aterrizar las fantasías más extravagantes, con una pericia semejante a la de grandes pilotos.

Citemos, para justificar esta aseveración, los casos de los llamados números amigos, que han sido minuciosamente estudiados en varios compendios.

¿Cómo averiguar, preguntará el lector, aquellos números atrapados por los lazos de amistades matemáticas? ¿Qué métodos usará el geómetra, para descubrir, dentro de una serie numérica, los elementos conectados por la autoestima?

En dos palabras puedo explicar lo que es el concepto de los números amigos de las matemáticas.

Consideremos, por ejemplo, los números 220 y 284.

El número 220 es divisible exactamente por los números siguientes:

1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 y 110

Son esos los divisores de 220 y que son menores que 220.

El número 284 es, a su vez, divisible exactamente por los siguientes números:

1, 2, 4, 71 y 142

son esos los divisores de 284, y que son menores que 284.

Pues bien, hay entre esos dos números una coincidencia realmente notable. Si sumamos los divisores de 220 arriba indicados, vamos a obtener una suma igual a 284; si sumamos los divisores de 284, el resultado será igual a 220. Por eso dicen los matemáticos que esos dos números son amigos.

Hay una infinidad de números amigos, pero ahora calcularemos sólo 26 pares.

Tomemos por ejemplo el número 6, que es divisible por los números uno, dos y tres. La suma de esos números (1 + 2 +3) es igual a seis. Concluimos entonces, que el número seis es amigo del mismo 6, o sea es amigo de sí mismo.

Ya hubo quien quisiese inferir de ese hecho, que el número 6 es un número egoísta[8].

Pero eso, como diría Kipling, ya es otra historia...

16. La hipérbola de un poeta

Guilherme de Almeida, Uno de nuestros más brillantes poetas, tiene su libro encantamiento (p. 57) una linda poesía en la que incluye los siguientes versos:

y como una serpiente,
corre suave y se despliega,
entonces,
en hipérbolas lentas,
siete colores violentos,
sobre el piso

[8] Leer el artículo titulado "Números perfectos" en este mismo libro.

La linda y original imagen sugerida por el talentoso académico no puede ser, infelizmente, admitida en geometría. Una hipérbola es una curva de segundo grado, constituida por dos ramas, luego una serpiente, no puede ser partida en cuatro pedazos, jamás podría formar hipérbolas lentas sobre el piso.

En Carta a mi novia, encontramos una interesante expresión geométrica creada también por el laureado poeta:

en el centro
de ese círculo que has de hacer
como un punto;
punto final del largo y aburrido cuento.

Para que alguna cosa pueda ponerse en el centro de un círculo, debe ser, previamente, esto es claro, reducida a un punto, pues según afirman los matemáticos, el centro de un círculo es un punto...y, en ese "punto", Guilherme de Almeida tiene razón.

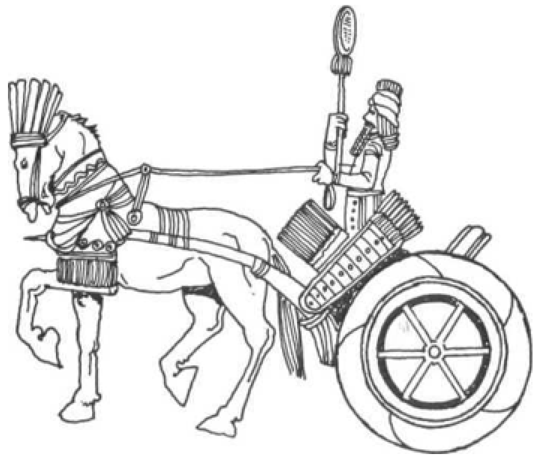
17. La matemática de los caldeos

Ciertos documentos concernientes a matemática de los caldeos datan de 3000 años antes de Cristo[9], en cambio, los documentos egipcios más antiguos proceden de cerca de 1700 años a. C.

Los famosos fragmentos han puesto de manifiesto que el desarrollo científico de la matemática en Babilonia eran enormes, es cierto, pero totalmente aislados unos de otros.

Es interesante observar que la representación de las ruedas de coche asirios siempre aparecen con seis rayos, diametralmente opuestos.

[9] Abel rey



Los caldeos adoptaron, y de esto no hay duda alguna, un sistema de numeración que se basa en el número 60, es decir, en la que 60 unidades de un orden de magnitud, hacen una unidad de orden superior siguiente. Y con este sistema sólo se llegó al número 12 960 000, que corresponde a la cuarta potencia de la base 60.

La geometría de los caldeos y asirios tenía un carácter esencialmente práctico y era utilizada en trabajos rudimentarios de agrimensura. Sabían descomponer, para la determinación de un área, un terreno irregular en triángulos rectángulos, rectángulos y trapecios. Las áreas del cuadrado (como caso particular de un rectángulo), del triángulo rectángulo y el trapecio fueron correctamente establecidas. Llegaron también (¡3000 años antes de Cristo!) al cálculo del volumen de un cubo, de un paralelepípedo y tal vez, del cilindro.

Es interesante señalar que en las representaciones de los carros asirios, las ruedas aparecían siempre con seis rayos, opuestos diametralmente y formando ángulos centrales iguales. Eso no lleva a concluir, con toda seguridad, que los caldeos conocían el hexágono regular y sabían dividir la circunferencia en seis partes iguales. Cada una de esas partes de circunferencia era dividida, a su vez, en 60 partes, también iguales (por causa de su sistema de numeración) resultando de ahí la división total de la circunferencia en 360 partes o grados.

18. El molino de Faraday

Dijo Faraday, el famoso químico: La matemática es como un molinillo de café que muele admirablemente lo que se les da a moler, pero no devuelve nada más que lo que usted le dio.

19. El número 142857

Cuando nos referimos a productos curiosos, procuramos destacar las singularidades presentan ciertos números con la disposición original de sus dígitos. El número 142857 es, en este género, uno de los más interesantes de la matemática y puede ser incluido entre los llamados "números cabalísticos".

Veamos las transformaciones curiosas que podemos efectuar con ese.

Multipliquémoslo por 2, el producto será:

$$142\,857 \times 2 = 285\,714$$

Vemos que los dígitos del producto son los mismos del número dado, escritos, sin embargo, en otro orden.

Efectuemos el producto del número 142857 por 3.

$$142\,857 \times 3 = 428\,571$$

Otra vez observamos la misma singularidad: los dígitos del producto son precisamente los mismos del número pero en un orden alterado.

Lo mismo ocurre multiplicando por cuatro, cinco y seis.

$$142\,857 \times 4 = 571\,428$$
$$142\,857 \times 5 = 714\,285$$
$$142\,857 \times 6 = 857\,142$$

Una vez que llegamos al factor siete, vamos a notar otra particularidad. El número 142 857 multiplicado por siete da como producto

$$999\,999$$

¡Número formado por seis nueves!

Experimenten multiplicar el número 142 857 por ocho. El producto será:

142 857 x 8 = 1 142 856

Todos los dígitos del número que aparecen ahora en el producto con excepción del 7. El 7 del número dado fue de compuesto en dos partes, seis y uno. El dígitos seis se ubicó a la derecha y un dígito uno fue a la izquierda para completar el producto.
Veamos ahora lo que acontece cuando multiplicamos el número 142 857 por nueve:

142 857 x 9 = 1 285 713

Observen con atención ese resultado el único dígito del multiplicando que no figura en el producto es el cuatro. ¿Qué habrá acontecido con ese cuatro? Aparece descompuesto en dos partes, uno y tres colocados en los extremos del producto.
Del mismo modo podríamos verificar las irregularidades que presenta número 142 857 cuando es multiplicado por 11, 12, 13, 15, 17, 18, etc.
Algunos autores llegan a afirmar que hay una especie de cohesión entre los dígitos del número 142 857, que no permiten que esos dígitos se separen.
Varios geómetras notables, Fourrey, E. Lucas, Rouse Bali, Guersey, Legendre y muchos otros, estudiaron minuciosamente las propiedades del número 142 857.
Fourrey, en su libro "Récréations Arithmétiques", presenta el producto del número 142 857 por 327 451. Al efectuar su operación, notamos una interesante disposición numérica: las columnas de dos productos parciales están formadas por dígitos iguales.
Retomemos el número 142 857 y determinemos el producto de ese numero por los factores 4, 14, 21, 28, etc. múltiplos de 7. Estos son los resultados:

142 857 x 7 = 999 999
142 857 x 14 = 1 999 998
142 857 x 21 = 2 999 997
142 857 x 28 = 3 999 996

Los resultados presentan una disposición muy interesante. El primer producto es un número formado por seis dígitos iguales a 9; el segundo producto aparecen solo cinco dígitos iguales a 9, siendo el sexto "descompuesto" en dos partes que fueron a ocupar los extremos de los resultados. Y así sucesivamente.

¿Cómo aparece en aritmética ese número 142 857?

Si convertimos la fracción ordinaria 1/7 a su forma decimal, vamos a tener la cifra periódica simple cuyo período es precisamente 142 857.

Quien ya ha estudiado fracciones ordinarias y decimales podrá comprender fácilmente que las fracciones ordinarias 2/7, 3/7, 4/7, 5/7 y 6/7, cuando se convierten en fracciones decimales tendrán también fracciones periódicas simples cuyos períodos están formados por los dígitos 1, 4, 2, 8, 5 y 7, que aparecerán en cierto orden, conforme al valor del numerador. Esta es la explicación de la famosa "cohesión" aritmética pretendida por algunos investigadores.

Para los antiguos matemáticos, el número 142 857 era "cabalístico", con propiedades "misteriosas"; estudiado, sin embargo, desde el punto de vista aritmético, no pasa de un período de una fracción periódica simple.

Lo mismo ocurre con los períodos en las fracciones decimales 1/17, 1/23, etc.

El número 142 857, que algunos algebristas denominan "número impertinente" no es, por tanto, el único en presentar particularidades en relación a la permanencia de algunos dígitos en diversos productos.

20. El origen de la geometría

Los historiadores griegos, sin excepción, sitúan en Egipto el origen de la geometría, y atribuyen, por tanto, a los habitantes del valle del Nilo la invención de esa ciencia.

Las periódicas inundaciones del célebre río forzaron a los egipcios al estudio de la geometría, puesto que una vez pasado el período de inundación, cuando las aguas retornaban su curso normal, era necesario repartir nuevamente las tierras, desafiando la inteligencia de los "cuervos", para entregar a los señores sus antiguas propiedades perfectamente delimitadas. La pequeña faja de tierra rica y fértil, era disputada por muchos interesados, se hacían mediciones rigurosas con el fin que cada uno, sin perjuicio de otro, le fuese reintegrada su propiedad en la posición exacta.

21. Los grandes geómetras

Pitágoras, matemático y filósofo griego. Nació seis siglos a. C. en la isla de Samos. Fundó en Crotona, en el sur de Italia, una escuela filosófica que llegó a ser notable. Sus discípulos se denominaban pitagóricos. Sobre la vida de Pitágoras hay una infinidad de leyendas.

Murió en el año 470 a. C., asesinado en Tarento, durante una revolución política.

22. Animales calculadores (Cecil Thiré[10])

Un observador curioso, Leroy, quiso concluir con seguridad, después de varias experiencias, que los cuervos podían contar, sin error, hasta cinco.

Este es el artificio utilizado por Leroy.

Habiendo verificado que los cuervos nunca vuelven al nido cuando alguien está en la vecindad, se construyó una pequeña choza a una distancia prudente de un nido de cuervos. En el primer día, Leroy mandó que un hombre entrara en la cabaña y observó que los cuervos no se acercaban al nido, hasta que el hombre se retiraba de ella. En el segundo día se repitió la experiencia pero con dos hombres; los cuervos esperaron que los dos hombres abandonasen el improvisado escondrijo. El mismo resultado fue obtenido sucesivamente en los días siguientes, con tres, cuatro y cinco hombres.

Esas experiencias mostraban claramente que los cuervos contaban los hombres, no sólo cuando entraban, sino que también después, cuando con pequeños intervalos salían de la cabaña.

Con seis hombres las cosas no pasaban del mismo modo; los cuervos se equivocaban al contar, para ellos era muy complicado, y volvían al nido cuando la cabaña todavía albergaba algunos de los emisarios de Leroy.

Los perros y los elefantes son igualmente dotados de una admirable inteligencia. Spencer, filósofo inglés, se refiere en su libro La Justicia, a un perro que contaba hasta tres.

[10] Del libro Matemática, 1° año, de Cecil Thiré y Mello e Souza.

Y Lucas, en sus originalísimas Récréations Mathématiques, nos presenta un caso bastante singular. Se trata de un chimpancé del jardín zoológico de Londres que aprendió a contar hasta cinco.

23. La forma del cielo (Aristóteles)

El cielo debe ser necesariamente esférico, puesto que la esfera siendo generada por la rotación del círculo, es de todos los cuerpos, el más perfecto.

Los números gobiernan el mundo (Platón)

24. Un planeta descubierto por el cálculo

A mediados del siglo XIX, los astrónomos habrían verificado, de modo indiscutible, que el planeta Urano presentaba ciertas irregularidades en su movimiento. ¿Cómo explicar las causas de esas irregularidades?

El cálculo de Neptuno (Fernandes Costa)

Leverrier, que revisó
Un intrincado problema,
Más de un planeta predijo
Dentro de nuestro sistema.

Y como de bien el estudio,
Saber el movimiento
Le ordenó a brillar
¡En un punto en el cielo!

El telescopio dirigido
Fue justo, en la cara del cielo
Y en el lugar designado
Neptuno apareció.

Le Verrier, siguiendo los consejos de Arago, resolvió abordar la solución de este famoso problema astronómico. El sabio francés, que todavía era muy joven ya que tenía sólo 35 años de edad, sabe, desde luego, dar feliz orientación a sus investigaciones. Y para abordar la cuestión resolvió atribuir las perturbaciones de Urano a un astro cuya posición en el cielo era preciso determinar.

Y Le Verrier, aún con la incertidumbre de los resultados, escribió: ¿Si se pudiera determinar un punto en el cielo donde los astrónomos deben reconocer un cuerpo extraño, fuente de tantas dificultades?[11]

Algunos meses después se encontró la solución; un el día 1 de junio de 1846, Le Verrier presentaba a la Academia Francesa las coordenadas celestes del planeta perturbador de Urano. ¿Existiría realmente aquel astro que Le Verrier sospechaba y que hasta entonces nadie había visto? La academia recibió con cierta desconfianza la aseveración lanzada por el joven matemático.

Galle, astrónomo del observatorio de Berlín, menos por convicción que para atender el pedido de Le Verrier, procuró observar el trecho de la bóveda celeste donde debía hallarse el "planeta desconocido", y verificó que allí existía un astro que correspondía exactamente a la estimación del sabio francés, como si fuera hecho a la medida. Ese astro recibió el nombre de Neptuno.

Tal resultado, más allá de representar un incomparable triunfo para la Mecánica Celeste, vino a demostrar la fecundidad asombrosa de las leyes físicas cuando se emplean inteligentemente.

25. El cheque de $100.000

Un individuo entró en una zapatería y compró un par de zapatos por $60.000, entregando en pago un cheque por $100.000.

El zapatero que en ese momento no tenía cambio, mandó a uno de sus empleados para que cambiara en una confitería próxima. Recibido el dinero, dio al cliente el cambio y el par de zapatos que había adquirido.

Momentos después llegó el dueño de la confitería exigiendo la devolución de su dinero porque el cheque era falso. El zapatero se vio forzado a devolver los $100.000 que había recibido.

[11] H. Vokringer, *Les étapes de la physique*, 1929, p. 196

Surge al final una duda: ¿cuál fue el perjuicio que el zapatero tuvo en este complicado negocio?

La respuesta es simple y fácil. Mucha gente sin embargo, se sentirá enredada sin saber cómo esclarecer la cuestión.

El perjuicio del zapatero fue de 40.000 y un par de zapatos

26. Origen del signo menos (-)

Es interesante observar las diferentes formas por las que pasó el signo de sustracción y las diversas letras que los matemáticos utilizaron para indicar la diferencia entre dos elementos.

En la obra de Diofanto, entre las abreviaturas que constituían el lenguaje algebraico de ese autor, se encuentra la letra griega Ψ, indicando sustracción. Esta letra era empleada por el famoso geómetra de Alejandría, como señal de operación invertida o truncada.

Para los indios, como se encuentra en la obra de Bhaskara[12], el signo de sustracción consistía en un simple punto colocado sobre la cifra que constituye el sustraendo.

La letras *M*, algunas veces *m*, se usó durante un largo período por los algebristas italianos, para indicar sustracción: Luca Pacioli, además de emplear la letras *m*, colocaba entre los términos de la sustracción, la expresión *DE*, abreviatura de *demptus*.

A los alemanes les debemos la introducción del signo - (menos), atribuido a Widman. Piensan algunos autores que el símbolo menos (-), tan extendido y tan simple, corresponde a una forma límite que tendría la letra *m* cuando se escribe rápidamente.

Además, Viète, considerado como el fundador del álgebra moderna, escribía el signo = entre dos cantidades, cuando quería indicar la diferencia entre ellas.

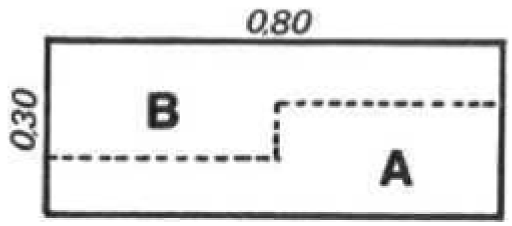
27. La geometría (*Cuturat*)

La geometría, en general, todavía pasa por ser la ciencia del espacio.

[12] Bhaskara, famoso astrónomo y matemático indio. Vivió en el siglo XII

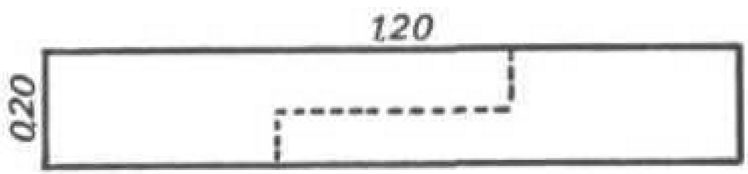
28. El problema de la plancha

Un carpintero tiene una plancha de 0,80 m de largo por 0,30 m de ancho. Quiere cortarla en dos pedazos iguales para obtener una pieza rectangular que tenga 1,20 m de largo por 0,20 m de ancho.



Solución

La plancha debe ser cortada conforme indica la línea punteada del dibujo de arriba; los pedazos A y B deberán ajustarse como indica el dibujo abajo.



29. Precocidad

- Blaise Pascal, a los 16 años de edad, escribe un tratado sobre las cónicas, considerado como uno de los fundamentos de la Geometría moderna.
- Evaristo Galois, a los 15 años, discutía y comentaba las obras de Legendre y Lagrange.
- Alexis Clairaut, se hallaba a los diez años, apto para leer y comprender las obras del marqués de Guillaume François Antoine, marqués de l'Hôpital sobre cálculo.
- Joseph Bertrand, a los once años iniciaba un curso en la Escuela Politécnica y a los 17, recibía el grado de doctor.
- Nicolás Henri Abel, noruego, hijo de un pastor protestante, a los 16 años de edad hacía investigaciones sobre el problema de la resolución de ecuaciones de quinto grado. Murió de 26 años.

30. Los grandes geómetras

Platón, geómetra y filósofo griego. Nació en Atenas en el año 430 y murió en el año 347 a. C. En un principio estudió en Egipto y más tarde entre los pitagóricos. Introdujo en la geometría el método analítico, el estudio de las secciones cónicas y la doctrina de los lugares geométricos. Llamó a Dios, el Eterno Geómetra, y escribió en el dintel de su escuela: "No entre aquí quien no es geómetra"

Sección 2

Contenido:

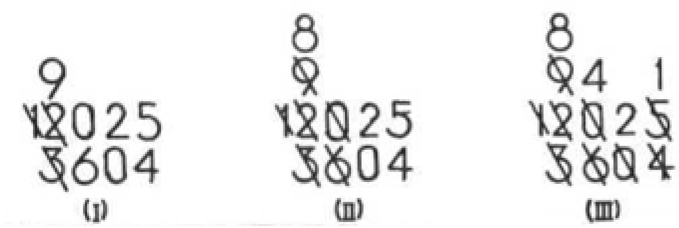
30. Los grandes geómetras (Arquímedes)

1. Una resta hecha hace más de mil años

Vamos a mostrar cómo se hacía, en el año 830, una resta de números enteros. Para que el lector pueda acompañar con facilidad todas las operaciones, emplearemos nomenclatura moderna.

Del número 12 025 restaremos 3 604.

La operación se iniciaba por la izquierda (operación I). Decimos: de 12 restamos 3 y quedan nueve; cancelamos los dígitos considerados y escribimos el resto obtenido encima del minuendo (ver figura).



Continuamos: de 90 restamos 6 y restan 84. La diferencia obtenida (operación II) es escrita sobre el minuendo, y los dígitos que formaban los términos de la sustracción, aparecen cancelados.

Finalmente de 8425 restamos 4 y quedan 8421 (operación III) y ésa es la diferencia entre los dos números dados.

Así era como Mohamed Ben Musa Alkarismí, geómetra árabe y uno de los sabios más notables del siglo IX, restaba dos números enteros[13].

¡Qué cosa tan complicada!

2. Ilusión

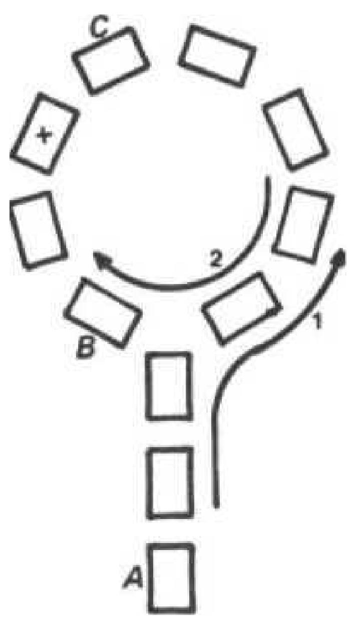
Cualquier persona que observe la ilustración, pensará que de las tres figuras que ahí aparecen, el hombre es el más alto.

[13] CF. Rey Pastor, Elementos de Aritmética, Madrid 1930

¡Puro engaño! Los tres tienen la misma estatura

3. Adivinanza matemática

Coloque sobre una mesa, varias cartas como se indica en la figura. Algunas de ellas, tres por ejemplo, son puestas en una línea recta y las otras forman una curva que se cierra sobre la línea recta.



Hecho esto, pida a una persona que piense un número cualquiera y cuente, a partir de *A*, tantas cartas como unidades tiene ese número; y que a partir de la última carta obtenida, retroceda por el camino indicado por la flecha 2, tantas cartas como fueran las unidades del número pensado.

Podemos "adivinar" inmediatamente la carta a que la persona llegó, sin conocer el número pensado y sin ver, mucho menos, realizar las operaciones que acabamos de indicar.

Vamos a suponer que la persona había pensado, por ejemplo, el número 8. Contamos 8 a partir de *A* (flecha 1), ella irá a parar a la carta *C* (siguiendo la flecha 2), ella irá a parar fatalmente a la carta indicada con una cruz.

Para saber la carta final se debe contar de *B* (flecha 2) tantas cartas cuantas fueren aquellas que estuviesen en línea recta fuera de la curva.

Conviene alterar siempre, después de cada adivinación hecha, no sólo el número de cartas dispuestas en línea recta como también el número de cartas que forman la curva.

4. Origen del signo de multiplicación (x)

El signo de multiplicar (x) es relativamente moderno. El matemático inglés William Oughtred, lo empleó por primera vez en el libro *Clavis Matematicae*, publicado en 1631. Además, en ese mismo año, Harriot, también para indicar el producto a efectuar, colocaba un punto entre los factores.

En 1637, Descartes ya se limitaba a escribir los factores acercados y de ese modo abreviado indicaba un producto cualquiera. En la obra de Leibniz se encuentra el signo ^ para indicar la multiplicación; este mismo signo, puesto de modo inverso, indicaba la división.

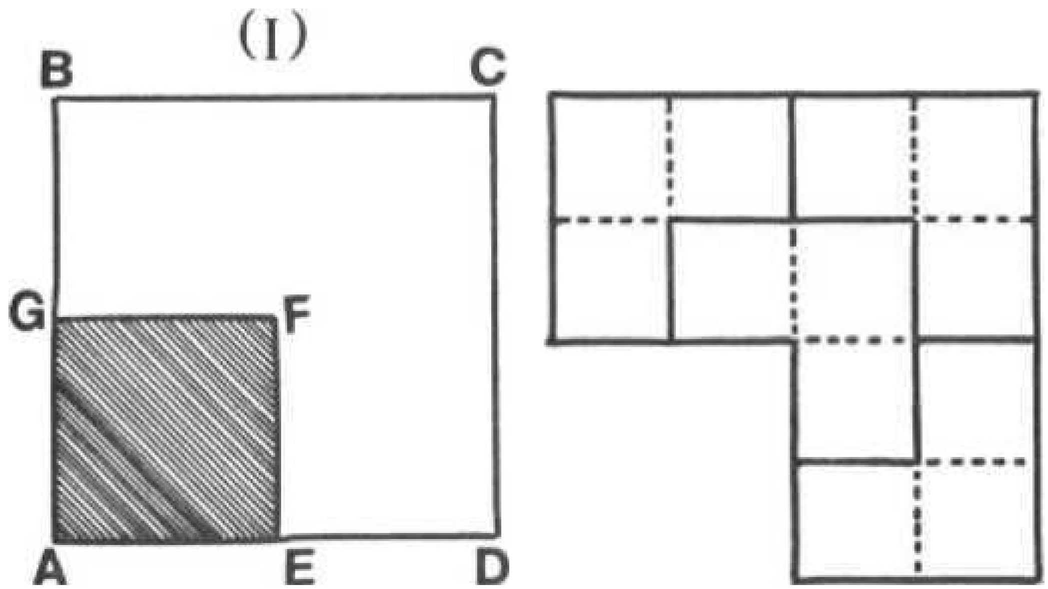
5. La plaza cuadrangular

Un propietario tenía un terreno exactamente cuadrado, *ABCD*, vendió una cuarta parte a la prefectura, y esa cuarta parte, *AGFE* también tenía forma de cuadrado.

La parte restante debía ser repartida en cuatro partes que fuesen iguales en forma y tamaño.

¿Cómo resolver el problema?

La figura II indica perfectamente la solución.



6. El símbolo de los pitagóricos (Rouse Ball)

Jámblico, a quien debemos la revelación de este símbolo[14], refiere que estando en de viaje cierto pitagórico, se enfermó en la posada en la que se había hospedado para pasar la noche. Era pobre y estaba fatigado, más el posadero, hombre bondadoso, le prestó cariñosa asistencia e hizo todo lo posible para restituirle la salud.

[14] El símbolo de los pitagóricos era un pentágono regular estrellado.

No obstante, a pesar de su desvelo, el enfermo empeoraba.

Sospechando que iba a morir y sin poder pagarle lo que debía al posadero, el enfermo pidió una tabla y en ella trazó la famosa estrella simbólica. Se presentó con el posadero y le pidió que la pusiera sobre el dintel de la posada de modo que pudiera ser vista por todos los transeúntes, asegurando que algún día su caridad sería recompensada. El estudioso murió, fue enterrado convenientemente y la tabla seguía expuesta de acuerdo a su deseo.

Pasó un largo tiempo cuando un día el símbolo sagrado atrajo la atención de un viajero que pasaba por la posada.

Apenas entró en ella y después de haber oído el relato del posadero, le recompensó generosamente.

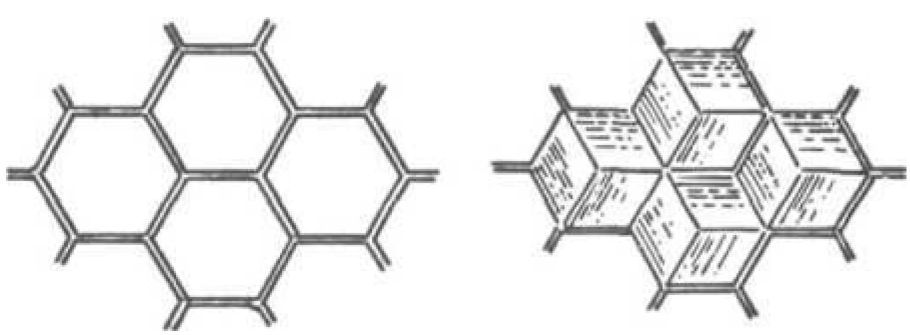
Tal es la anécdota de Jámblico. Si le falta veracidad, al menos, es curiosa.

7. La matemática (Pedro Tavares)

La matemática no es un instrumento exclusivamente destinado a dar explicaciones de los fenómenos de la naturaleza, esto es, las leyes naturales. No. Posee también un valor filosófico del que nadie puede dudar; un valor artístico, o mejor, estético, capaz de conferirle el derecho de ser cultivada por sí misma, tal como las numerosas satisfacciones y júbilos que esa ciencia nos proporciona. Ya los griegos poseían, en grado elevado, el sentimiento de la armonía de los números y de la belleza de las formas geométricas.

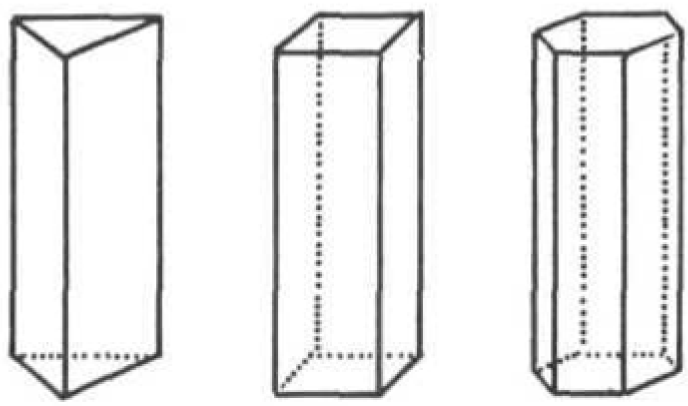
8. El problema de las abejas

Afirma Maeterlink en su famoso libro sobre las abejas, que eso animales, en la construcción de sus alvéolos, resuelven un problema de *alta matemática*.



Indudablemente que en esta aseveración hay cierta exageración del escritor belga: el problema que las abejas resuelven puede ser abordado, sin gran dificultad, con los recursos de la matemática elemental.

No nos importa, sin embargo, si el problema es elemental o trascendental; la verdad que para esos pequeños y laboriosos insectos, resuelven un interesantísimo problema por un artificio que llega a deslumbrar la inteligencia humana.



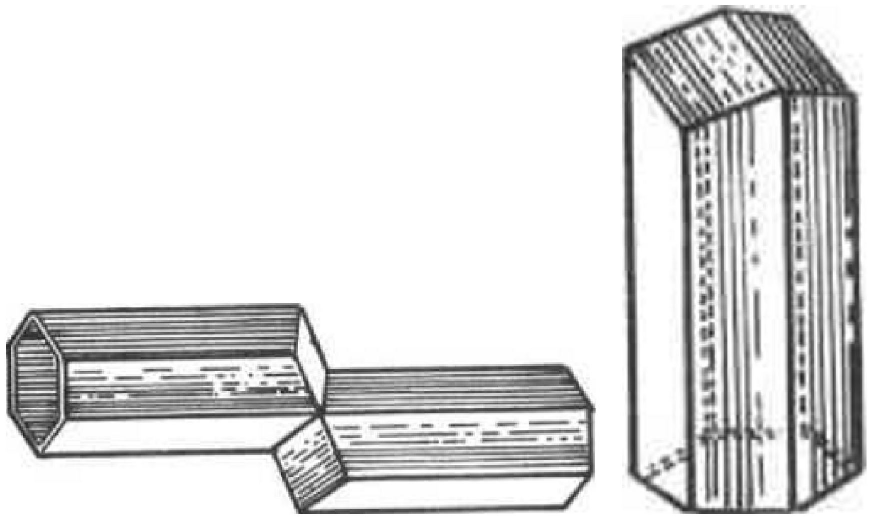
Todos saben que las abejas construyen sus alvéolos para depositar la miel que fabrica. Esos alvéolos son de cera. La abeja procura, por tanto, obtener una forma de alvéolo que sea la más económica posible, o lo que es lo mismo, que presente el mayor volumen para la menor cantidad de material empleado.

Es preciso que la pared de un alvéolo sirva también para el alvéolo vecino. Luego, el alvéolo no puede tener forma cilíndrica, pues de lo contrario, la pared sólo serviría para un solo alvéolo.

Las abejas procuran una forma prismática para sus alvéolos. Los únicos prismas regulares que pueden ser yuxtapuestos sin dejar ningún intersticio son: el triangular, el cuadrangular y el hexagonal. Este último fue el que escogieron las abejas. ¿Y saben por qué? Porque de los tres prismas regulares *A*, *B* y *C* construidos con igual porción de cera, el prisma hexagonal es el que presenta mayor volumen.

Ése es el problema solucionado por las abejas:

Dados tres prismas regulares de la misma altura A (triangular), B (cuadrangular), C (hexagonal), teniendo la misma área lateral, ¿cuál es el que tiene mayor volumen?



Una vez determinada la forma de los alvéolos, era preciso cerrarlos, esto es, determinar el medio más económico de cubrir los alvéolos.

La forma que se adoptó fue la siguiente: al fondo de cada alvéolo se construyen con tres rombos iguales.[15]

Maraldi, astrónomo del observatorio de París, determinó experimentalmente y con absoluta precisión, los ángulos de ese rombo y halló 109°28' para el ángulo obtuso y 70°32' para el ángulo agudo.

El físico Réaumur, suponiendo que las abejas eran guiadas en la construcción de los alvéolos por un principio de economía, propuso al geómetra alemán Koening en 1739, el siguiente problema:

Entre todas las células hexagonales, con un fondo formado por tres rombos, determinar la que se construye con la mayor economía de material.

Koening no conocía los resultados obtenidos por Maraldi y halló que los ángulos del rombo del alvéolo matemáticamente más económico debían ser 109°26' para el ángulo obtuso y 70°34' para el ángulo agudo.

La concordancia entre las medidas hechas por Maraldi y los resultados calculados por Koening era increíble. Los geómetras concluirían que las abejas cometían, en la construcción de sus alvéolos, un error de 2' en los rombos de oclusión[16].

---

[15] La adopción de un fondo romboidal, en lugar de uno plano, genera una economía de un alvéolo cada 50 construidos.

[16] Esa diferencia es tan pequeña que sólo puede apreciarse con el auxilio de instrumentos de precisión.

Concluirían los hombres de ciencia que las abejas erraban, más entre el alvéolo que construían y el albero matemáticamente correcto había una diferencia extremadamente pequeña.

¡Hecho curioso! Algunos años después (1743) el geómetra Mac Laurin retomó nuevamente el problema y demostró que Koening estaba equivocado y que el resultado correcto eran los valores dados por Maraldi, 109°28' y 70°32', que correspondía exactamente a la construcción de las abejas.

La razón estaba pues con las abejas. ¡El matemático Koening había errado!

9. El uso de las letras en el cálculo (A. Lisboa)

Los griegos ya empleaban letras para designar números u objetos. Es con ellos que surgen los primeros vestigios del cálculo aritmético efectuado sobre letras. Diofanto de Alejandría (300 a.C.) empleaba las letras como abreviación, pero solo tenía in simbolismo perfectamente sistematizado para una única cantidad, para las potencias hasta la sexta y para los inversos de esas potencias. En general, los griego representaban las cantidades por líneas determinadas por una o dos letras, y pensaban como en geometría.

Los cálculos sobre letras son mas numerosos en los autores indios que en los griegos. Los árabes de oriente usaron símbolos algebraicos a partir de la publicación de "*Aljebr walmukâbala*" de Alkarismí (siglo IX) y los árabes de occidente, a partir del siglo XII; en el siglo XV, Alcalsâdi introdujo nuevos símbolos.

El álgebra moderna sólo adquiere carácter propio, independiente de la aritmética, a partir de Viète, que sistemáticamente sustituyó el álgebra numérica por el álgebra literal o de símbolos.

Viète no empleaba el término *álgebra*, pero sí usaba *análisis*, para designar esta parte de la ciencia matemática donde brilla su nombre.

Antiguamente se atribuía el origen de la palabra *álgebra* al nombre del matemático árabe Geber, pero en realidad su origen se halla en la operación que los árabes llaman *aljebr.*

10. La matemática en la literatura, círculos y ejes

Es interesante observar las formas curiosas e imprevistas que los escritores y poetas, indiferentes a las preocupaciones científicas, le dan a las expresiones matemáticas que utilizan. Muchas veces, para no sacrificar la elegancia de una frase, el escritor modifica un concepto puramente matemático, presentándolo bajo un aspecto que está muy lejos de ser riguroso y exacto. Sometido a las exigencias métricas, no dudará tampoco en menospreciar todos los fundamentos de la vieja geometría.

No sólo las formas esencialmente geométricas, sino que también muchas proposiciones algebraicas, visten los esqueletos de sus fórmulas con una indumentaria vistosa de literatura.

Ciertos escritores inventan, a veces, comparaciones tan atroces, que hacen reír a los que cultivan la ciencia de Lagrange. Veamos por ejemplo, como el señor Elcias Lopes, en su libro "*Tela de Araña*"[17], describe la tarea complicada de un arácnido:

En la medida que las devanaderas se desenrollan, se va tejiendo una filigrana de círculos concéntricos que se solapan, en una notable simetría, y ligados entre sí por una lluvia de rayos convergentes hacia un eje central.

Este largo párrafo, que parece tan enmarañado como la propia tela, no tiene sentido alguno para un matemático. Aquellos *círculos concéntricos sobrepuestos* forman una figura que no puede ser definida en Geometría. ¡Y como podríamos admitir círculos concéntricos sobrepuestos con una admirable simetría! El señor Elcias no ignora naturalmente que la araña aplica, en la construcción de su tela, principios de resistencia de materiales relativos a la distribución más económica de fuerzas de un sistema en equilibrio. Y aún más: una araña haciendo figuras homotéticas demuestra perseguir ese "espíritu geométrico" que el naturalista Huber, de Génova, quería atribuir a las abejas. Entonces, una araña sería incapaz de concebir "círculos concéntricos simétricos". Simétricos ¿en relación a qué? ¿con respecto a un punto? ¿a una recta?

Y según el autor de *Tela de Araña*, los "círculos concéntricos" admiten un eje central (!) hacia el cual convergen rayos.

[17] Elcias Lopes, "Tela de Araña", p. 12

A este respecto, pedimos a un profesor de Diseño, que trazase en una hoja de papel una figura formada por "*círculos concéntricos que se solapan, en una notable simetría, y ligados entre sí por una lluvia de rayos convergentes hacia un eje central".* El profesor confesó desde luego, que era incapaz de hacer esa figura por el simple hecho que no la puede concebir.

Cualquier estudiante bisoño, de primera serie júnior, sabe que un eje no puede ser un punto. La noción de eje es simple, elemental y casi intuitiva. Veamos ahora la definición dada por el ilustre padre Augusto Magne:[18]

Eje es el punto sobre el cual se mueve un cuerpo que gira.

El eminente sacerdote y filólogo que formuló esa definición estaba lejos de imaginar que ella podría ser pasada por el crisol del severo rigor matemático. La definición de eje (como si fuera un punto) es completamente equivocada e inaceptable.

11. Tales y la vieja

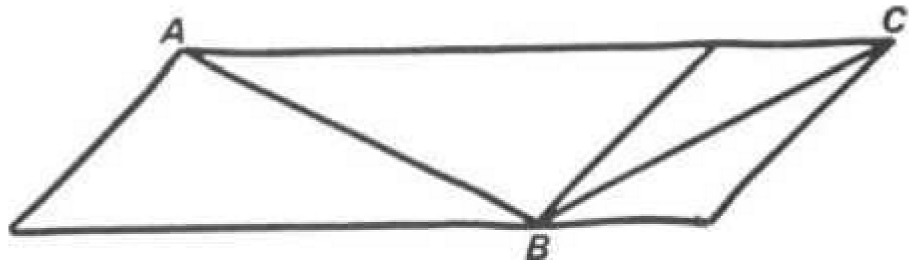
Este es uno de los muchos episodios anecdóticos atribuidos a Tales:

Una noche paseaba el filósofo completamente absorto en la contemplación de las estrellas y, por no ha prestado suficiente atención al terreno que pisaba, cayó descuidado dentro de un gran hoyo. Una vieja, que casualmente vio en accidente, le dijo, "¿cómo quieres ¡oh sabio! saber lo que pasa en el cielo si no es capaz de saber lo que ocurre en tus pies?

[18] Padre Augusto magne SJ, Revista de Filología e Historia, fascículo IV, p. 16

12. Ilusión óptica

Pedimos al lector que observe con atención la figura de abajo, en la cual aparece un cuadrilátero formado por dos paralelogramos. En cada uno de esos paralelogramos fue trazada una diagonal.



¿Cuál de las dos diagonales *AB* y *BC* es mayor?

La figura parece mostrar que *AB* es mayor que *BC*

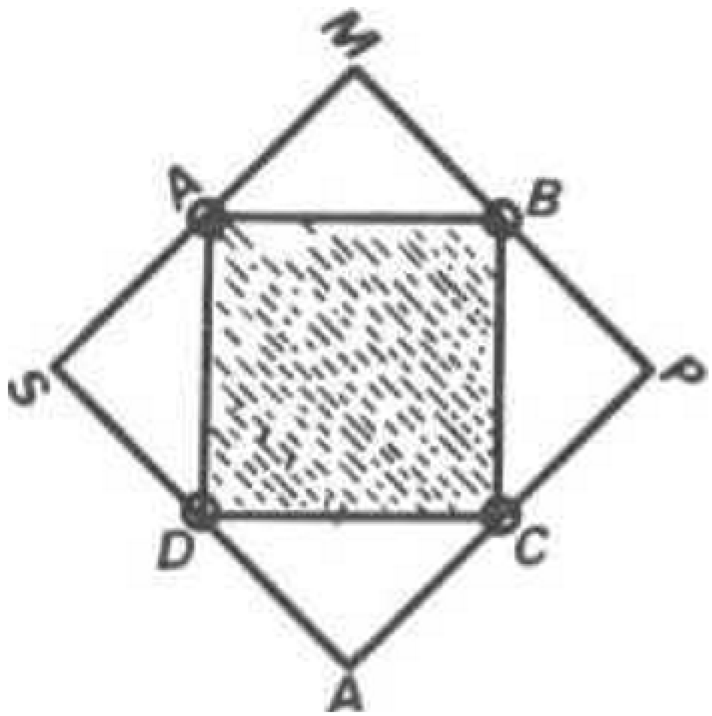
Puro engaño, que consecuencia de una ilusión óptica. Los segmentos *AB* y *BC* son perfectamente iguales.

13. El fin de la ciencia (Jacobi)

El fin único de la ciencia es la honra del espíritu humano, y tanto vale, al final, una cuestión sobre la teoría de los números como un problema sobre el sistema del mundo.

14. El problema de la piscina

Un club dispone de una piscina de forma cuadrada, teniendo en cada vértice *A*, *B*, *C* y *D* un poste de iluminación.



La dirección del club resolvió aumentar la piscina tornando la dos veces mayor y sin alterar su forma esto es, conservando la forma de un cuadrado.

El aumento debía ser hecho sin alterar la posición de los postes que continuarían junto al borde de la piscina.

La figura, el cuadrado *MPAS* indica el trazado de la nueva piscina después de ampliada.

15. La noción del infinito (J. Tannery)

La noción de infinito, del que es preciso hacer un misterio en matemática, se resume en el siguiente principio: después de cada número entero existe siempre otro.

16. Los grandes geómetras

Aristóteles, nació en Macedonia en 384 a.C. fue maestro y amigo Alejandro, y dejó un gran número de obras de historia natural, lógica, física, matemática, política, etc. en nombre de Aristóteles es muchas veces citado como la personificación del espíritu filosófico y cientista. Las obras de Aristóteles, después de su muerte estuvieron desaparecidas durante 200 años.

17. Disposición curiosa

Tomemos el cuadrado de 4 y el cuadrado de 34:

$$4^2 = 16$$
$$34^2 = 1156$$

notaremos una deposición curiosa: para pasar de 16 (cuadrado de cuatro) a 1156 (cuadrado de 34) es suficiente colocar el 15 entre los dígitos de 16.

Experimentemos ahora colocar entre los dígitos del cuadrado de 34 esto es, entre los dígitos de 1156 el 15.

Vamos a formar de ese modo el número 111.556 que es precisamente el cuadrado de 334.

No es necesario llevar adelante la investigación. Ya descubrimos una deposición curiosa que presentaban los dígitos que formaban los cuadrados de los números 4, 34, 334, 3334, etc. cada uno de ellos es obtenido por la intercalación hecha del 15 entre los dígitos del anterior. Aquí los resultados:

$$4^2 = 16$$
$$34^2 = 1156$$
$$334^2 = 111556$$
$$3334^2 = 11115556$$

18. Un Papa geómetra

Gerbert, geómetra famoso, arzobispo Ravena, subió a la cátedra de San Pedro en el año 999.

Ese hombre reconocido como uno de los más sabios de su tiempo tuvo el nombre de Silvestre II en la serie de los papas. Fue el primero en divulgar en el occidente latino el empleo de los dígitos arábigos.

Falleció en el año 1003[19].

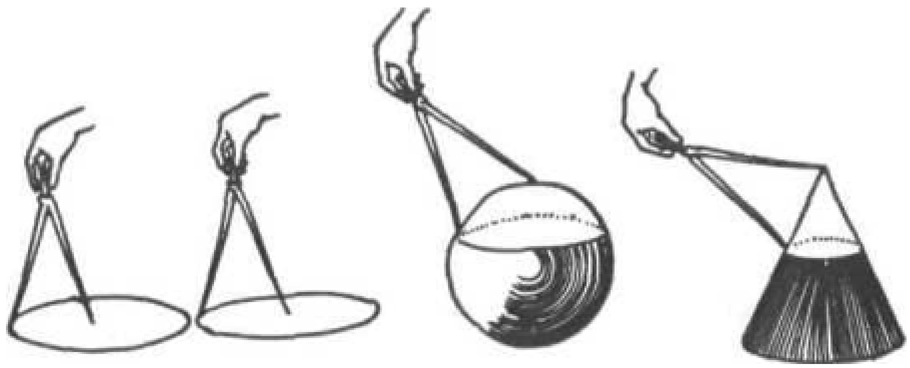
[19] Artículo del padre Leonel Franca. SJ, en el libro Matemática, 2° año de Thiré y Mello e Souza

19. Círculos diferentes

El problema propuesto es el siguiente:

Con la misma apertura del compás trazar cuatro círculos diferentes.

La figura de abajo muestra claramente, como se debe proceder para llegar a la solución deseada.



20. Las noventa manzanas

Un campesino tenía tres hijas y como quisiese, cierta vez, hacer una prueba de inteligencia a las jóvenes, las llamó y les dijo:

- Aquí hay 90 manzanas que ustedes deberán vender en el mercado. María, que es la mayor, llevará 50; Clara recibirá 30 y Lucía se quedará con las 10 restantes. María deberá vender siete manzanas por un tostão[20], las otras deberán vender también por el mismo precio, es decir siete manzanas por un tostão; si María resuelve vender a 300 reales cada una, ese será el precio al que Clara y Lucía deberán vender las manzanas que poseyeren. El negocio debe ser hecho de modo que todas lleguen de retorno a casa con la misma cantidad de dinero.

-¿Y yo puedo dar de regalo alguna las manzanas que llevo?- preguntó María.

- De modo alguno, replicó el viejo campesino. La condición por mi impuesta es esa: María de vender 50, Clara debe vender 30, y Lucía sólo podrá vender 10. Las otras deben imitar el precio que venda María. Hagan la venta de modo que al final tengan todas iguales cuentas.

[20] Tostão" era una moneda no oficial de Brasil, que equivalía a 100 reales,

Y como las jóvenes se sintieron atrapadas, resolvieron consultar el complicado problema, con el profesor de la escuela que vivía en la vecindad.

El maestro de escuela de puede meditar algunos minutos dijo:

- Ese problema es muy sencillo. Vender las manzanas conforme a lo que el viejo determinó y llegarán al resultado que él les pidió.

La jóvenes fueron al mercado y vendieron las manzanas; María vendió 50; Clara vendió 30 y Lucía, 10. El precio fue el mismo para todas y cada una reunió la misma cantidad de dinero.

Díganos ahora el lector como las jóvenes resolvieron la cuestión.

Solución

María inició la venta fijando el precio de cierre manzana por un tostão. Vendió ese modo 49 manzanas, quedando con una restante y obtuvo de esta primera venta 700 reales. Clara, obligada vender por el mismo precio, vendió 28 por 400 reales quedándose con un resto de dos manzanas. Lucía que disponía 10 manzanas, vendió 7 por un tostado quedando con tres restantes.

A continuación, María vendió una manzana por un precio de 300 reales. Clara según la condición impuesta por su padre, vendió las dos manzanas que todavía tenía por el nuevo precio, es decir 300 reales cada una, obteniendo 600 reales, y Lucía vendió sus tres manzanas restantes por 900 reales, es decir, a 300 reales cada una.

Terminó el negocio es fácil verificar que cada una la jóvenes obtuvo 1000 tostãos

21. Superficie y recta

Los conceptos de "superficie" y de "recta" que los geómetras aceptan sin definición, aparecen en el lenguaje literario como si tuviesen el mismo significado. Del libro Veneno Interior, del apreciado escritor y filósofo Carlos da Veiga Lima, destaquemos el siguiente aforismo:

el alma es una superficie para nuestra visión, la línea recta para el infinito

Ese pensamiento, analizado el punto de vista matemático, es incomprensible. Si el alma es una "superficie para nuestra visión" no puede ser, en caso alguno, línea recta para el infinito. Los algebristas demuestran realmente, la existencia de una recta cuyos puntos están infinitamente apartados de nuestro universo y que se denomina, por causa de ciertas propiedades, "recta al infinito". Es posible que el Dr. Veiga Lima hubiese querido comparar el alma a esa recta al infinito. En ese caso sin embargo, sería conveniente abandonar la superficie y adaptar el alma a una especie de geometría "filosófica" unidimensional.

El plano, siendo el más simple de las superficies, se caracteriza por medio de postulados. Los escritores, que jamás ha leído un Legendre u hojeado un Hadamard, atribuyen al plano propiedades indemostrables para el geómetra. Peregrino Júnior, en su libro *Pussanga*, dice lo siguiente en la página 168:

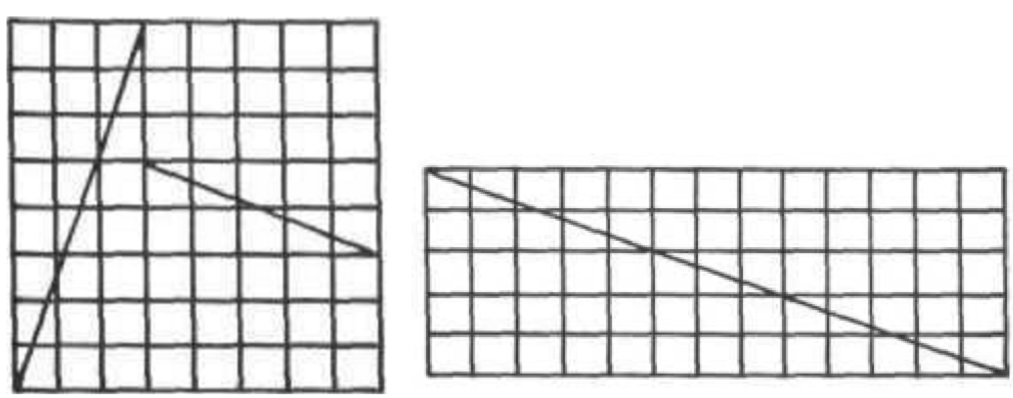
> "*el paisaje obedece a la monotonía de planos geométricos invariables*"

¿Cómo podríamos definir un plano geométrico invariable? ¿Por su posición en relación a punto fijo determinado o por la propiedad de las figuras sobre él trazadas?

Además, conviene acentuar a pesar de lo poco apropiado del lenguaje que notamos en Peregrino Júnior, no llega a constituir un error en matemática. ¿No vemos, por ejemplo, Euclides da Cunha, escritor e ingeniero, hablar en "círculo irregular" expresión que no tiene sentido para un geómetra?

22. Paradoja geométrica 64 = 65

Tomemos un cuadrado de 64 cajas (8 x 8) y hagamos la descomposición de ese cuadrado, como indica la figura, en trapecios rectangulares y en triángulos.



Reunidos esos trapecios y triángulos como vemos en la figura II, vamos a obtener un rectángulo de 13 por la base y 5 de altura, esto es un rectángulo de 65 cajas.

Ahora, como el rectángulo de 65 cajas fue formado por las partes en que descompusimos el cuadrado, el número de cajas del rectángulo debe ser precisamente igual al número de cajas del cuadrado. Luego tenemos:

$$64 = 65$$

igualdad que sin duda lleva a un absurdo.

La sutileza de ese sofisma consiste en lo siguiente: las partes en que fue descompuesto el cuadrado no conforman precisamente un rectángulo. Por la posición en que debían quedar, esos dos segmentos que forman una supuesta diagonal del rectángulo no son colineales. Hay una pequeña diferencia de ángulo, y entre los dos trazos debía haber un intervalo vacío equivalente precisamente a una caja.

23. Las cosas son números

Al nombre de Pitágoras se prende la explicación de todo por medio de los números, en una célebre fórmula de la escuela, que era toda una metafísica, proclamaba que "las cosas son números".

Al mismo tiempo, la geometría se construye; sus progresos incesantes hacen de ella, paulatinamente, en el tipo ideal de ciencia, donde todo es una perfecta inteligencia; por ello Platón escribió a la entrada de su escuela: "*no entre aquí quien no es geómetra*".

24. Números perfectos

La denominación de números perfecto es dada a un número entero cuando ese número es igual a la suma de sus propios divisores, excluyéndose, claro está, de entre esos divisores, el propio número.

Así por ejemplo, el 28 presenta cinco divisiones menores que 28. Son: 1, 2, 4, 7 y 14.

$$1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$$

Luego, según la definición dada arriba, el 28 pertenece a la categoría de los números perfectos. Y entre los números perfectos ya calculados podemos citar:

6, 28, 496 y 8128

sólo conocemos números perfectos pares. Descartes pensaba la posibilidad de determinar números perfectos impares[21].

25. Un error de Anatole France

Hay errores que a veces se introducen en las obras literarias más famosas. Anatole France, en el romance *Thais* (50° ed. p. 279), reveló su completa ignorancia en cosmografía. Vale la pena reproducir las frases del célebre imaginado de "*Sylvestre Bonnard*":

> *"Antoine demanda:*
> *—Doux enfant, que vois-tu encore? Paulprotena vainement ses regarás du zenith au nadir, du couchant au levam quand tout á coup ses yeux rencontrérent l'abbé d'Antinoé."*

Y así relataba una proeza impracticable. Todo el mundo sabe que no es posible mover los ojos desde el cenit al nadir, dado que para un observador cualquiera que sea, el nadir se ubica en el hemisferio celeste invisible.

26. Multiplicación rusa

Los antiguos campesinos rusos atribuyen algunos matemáticos un proceso especial de multiplicación, proceso que nada tiene de simple pero que presenta un aspecto curioso.

[21] Eduardo Lucas, Théorie des nombre, 1891, p. 376

Vamos a suponer que movidos por una desmedida excentricidad, resolvemos aplicar el sistema ruso para obtener el producto del número 36 por el número 13.
Escribimos los dos factores (36 y 13), uno al lado de otro, y un poco apartados:

36	13

determinemos la mitad del primero y el doble del segundo, escribiendo los resultados debajo de los factores correspondientes

36	13
18	26

Procedamos del mismo modo con los resultados obtenidos; esto es, tomemos la mitad del primero y el doble del segundo:

36	13
18	26
9	52

Vamos a repetir esta misma operación que es, calcular la mitad del número de la izquierda y el doble del número de la derecha. Cómo llegamos un número impar (que nuestro caso es 9), debemos sustraer una unidad y tomar la mitad del resultado. De 9, restando 1 queda 8, cuya mitad es 4. Y así procedemos hasta que llegamos a un término igual a 1 en la columna de la izquierda.
Tenemos por tanto:

36	13	
18	26	
9	52	(x)
4	104	
2	208	
1	416	(x)

Sumemos los números de la columna a la derecha que corresponden a los números impares de la columna izquierda. (Esos números están marcados con una X). Esa suma será:

$$52 + 416 = 468$$

El resultado ha sido tenido (468) será el producto del 36 por el 13.

Un ejemplo más: vamos a multiplicar por ese extravagante proceso los números 45 por 32.

45	**32**	(x)
22	64	
11	128	(x)
5	256	
2	512	
1	1024	(x)

Sumando los números (x), que corresponden a los términos impares de la columna de la izquierda, obtenemos el resultado 1440, que expresa el producto de 45 por 32.

El llamado "proceso de los campesinos rusos", que acabamos de indicar, no pasa de ser una simple curiosidad aritmética, pues el proceso que aprendemos en nuestras escuelas puede ser muy burgués pero no deja de ser muchísimo más simple y práctico.

27. Un número grande

Se denomina actuarial de un número al producto de los números naturales desde 1 hasta ese número[22].

Así por ejemplo, el factor real de 5 está dado por el producto:

[22] Ese número es supuesto como entero positivo. Según la convención, el factorial de la unidad y el factorial de cero, son iguales a 1

1 x 2 x 3 x 4 x 5

Ésa expresión es indicada abreviadamente por la notación 5!
Determinemos los factoriales de algunos números:

3! = 6
4! = 24
5! = 120
6! = 362 880

Con el auxilio del símbolo de factoriales podemos escribir expresiones numéricas muy interesantes.
Calculemos por ejemplo, el factor real de 362.880, esto es, el producto de todo los números desde el 1 hasta 362.880. Ese producto es, como ya sabemos, indicado por la notación

362.880!

Ese número 362.880 que ahí figura esa factorial de 9; podemos por tanto, su título por el símbolo 9! Tenemos entonces:

362.880! = (9!)!

Ese número (9!)! que contiene el único dígito, 9, si fuese calculado y escrito con dígitos de tamaño común tendría cerca de 140 km de largo.
¡Es un número respetable!

28. El círculo

Pitágoras consideraba el círculo como la figura plana más perfecta, iniciando así, la idea de círculo a la perfección[23].

[23] Montucla, Histoire des Mathématiques, 1 vol. p. 109

"Durante muchos siglos, escribe Raúl Breicard, nadie podría dudar que siendo el universo perfecto, las órbitas de los astros no fuesen rigurosamente circulares".

> "*Devant le mouvement périodique d'un point que décrit un cercle, l'instinct métaphysiques s'est ému il a conçu cet infini fermé qu'est l'Eternel Retour, et l'on ne saurait dégager d'images tournantes la doctrine antique dont Nietzsche s'est naïvement cru le père*"[24].

Hay un evidente contraste entre la facilidad con la que se define la circunferencia y la dificultad, hasta ahora, inextricable, que nos enfrentamos cuando tratamos de formular la definición de recta. Y esta disparidad se encuentra en el campo de la investigación geométrica, una característica que debe ser subrayada.

La importancia del círculo en las preocupaciones humana puede ser demostrada por una observación de fondo puramente etimológico; son innumerables las palabras escritas en los diccionarios que se derivan del vocablo griego que significa "círculo".

Cuando un individuo desocupado tira piedras en un agua tranquila, para admirar los círculos concéntricos que se forman en la superficie, revela sin querer a través de su extraña *ciclolatría*, una acentuada tendencia de llegar a parecerse a un filósofo pitagórico que pretendía construir el universo, únicamente con círculos[25].

No menos interesante es la observación que sigue del trazado de la recta y del círculo: para trazar un segmento de recta es indispensable una buena regla; por el contrario, con un compás cualquiera rudo y mal hecho que tenga seguridad entre sus patas, podemos obtener una circunferencia perfecta. De ahí la importancia que tiene, desde el punto de vista de de las soluciones, la Geometría del Compás debida al matemático italiano, Reverendo Mascheroni[26].

En la geometría del compás los diversos problemas son resueltos únicamente con el empleo de ese instrumento. "*Para enfatizar más la importancia de las construcciones geométricas, basta recordar que los métodos gráficos constituyen*

[24] R. Breicard, Del prefacio escrito para el libro *Geométrie de Compas*, de A. Quemper de Lonasol

[25] R. Breicard, Op. cit.

[26] El abad Mascheroni deir Olmo, poeta y matemático, nació en 1730 y falleció en 1800. Mantuvo relaciones de amistad con Napoleón a quien le dedicó no solo su obra matemática principal sino que también muchas de las producciones poéticas que dejó.

hoy un admirable instrumento de cálculo, empleado en física, en astronomía y en todas las ramas de la ingeniería"[27].

29. Papel mural (Luis Freire)[28]

El general Curvino Krukowiski, después de obtenida su reforma y habiéndose retirado a Palibino, con la familia, mandó a forrar de papeles las paredes de su nueva residencia. Como el papel que disponía era insuficiente para forrar las paredes del cuarto de sus dos hijas recurrió a las hojas de un tratado del cálculo infinitesimal por el cual Krukowiski había estudiado esa rama de matemática.

Ese incidente fortuito fue la chispa que encendió una explosión de conceptos de alta matemática, un cerebro genial de mujer: la joven Sofía Curvino[29], hija del general, volvió toda la proverbial curiosidad de su sexo hacia aquel mundo infinitamente pequeño, y tan infinitamente grande de belleza y sugestiones que adornaban las paredes del cuarto.

En aquel original papel mural de su cuarto de joven estaba escrito, trazado, todo un destino en ecuaciones. Sofía ansió el conocerlo, tratando así mismo de comprender la potentísima lengua que los símbolos hablan y que pocos saben realmente interpretar.

30. Los grandes geómetras (Arquímedes)

Arquímedes, el más célebre de los geómetras vivió tres siglos antes de Cristo. Es admirable la obra que realizó con tan pocos recursos de la ciencia de su época. Produjo memorables trabajos sobre asuntos de aritmética, mecánica, geometría, hidrostática y astronomía. De todas esas ramas de la ciencia, trató con gran maestría "presentando conocimientos nuevos, explorando teorías nuevas, con una originalidad que dio a la geometría el más alto puesto en la historia". Murió en el año 212 a. C., asesinado por un soldado romano.

---

[27] Almeida de Lisboa, Geometría del Compás
[28] Trozo de un artículo publicado en la Revista Brasileña de Matemática
[29] Sofía, más tarde, tomó el apellido Kovalewski, y puede ser citada entre los grandes matemáticos del siglo XIX. Conviene leer la biografía de Sofía en el libro Matemática, 2° año, Thiré e Mello e Souza.

Sección 3

Contenido:

60. Curvas y ecuaciones

1. La geometría de Chateaubriand

La imaginación del escritor cuando procura dar vivacidad y colorido una descripción no se preocupa ni aun de las figuras geométricas más simples. La fantasía caprichosa de los literatos de talento no encuentra barrera entre los rigores de la fórmula de matemática. Lleva vamos a coger un curioso ejemplo de la obra admirable de Chateaubriand. Ese célebre escritor francés autor de *Genie du Christianisme*, al describir el prodigio de un canadiense que encantaba serpientes al sonido de una flauta, dice precisamente lo siguiente:

"Comenzó entonces, el canadiense a tocar su flauta. La serpiente y su movimiento de sorpresa y tiró su cabeza hacia atrás. A medida que la dominada por el efecto mágico sus ojos perdían la aspereza, la vibraciones de su cola tornábanse más lentas y el ruido que ya emitía disminuía lentamente hasta extinguirse.

"Menos perpendicular sobre su línea espiral las curvas de la serpiente encantada venían una a una a posarse sobre la tierra en círculos concéntricos (Genie du Christianisme, parte I, libro III, capítulo II)"

No es posible que una serpiente repose formando con el cuerpo "círculos concéntricos". Aún más, no hay en geometría una línea que sea, en relación a otra, *menos perpendicular*. El autor de A tala ignoraba, con certeza, como se define matemática el blanco de una recta con una curva.

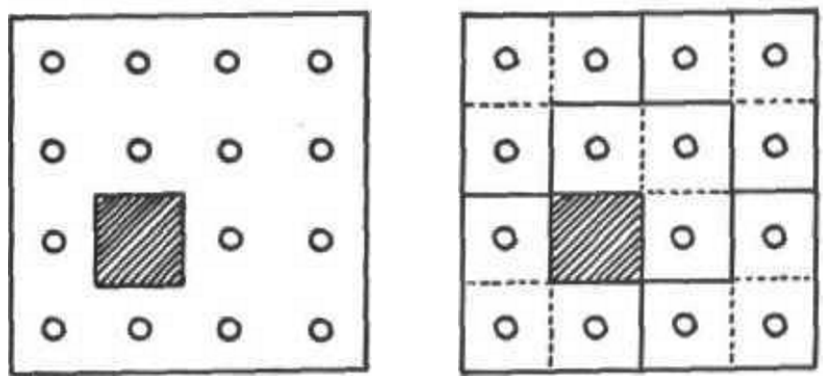
Dirán finalmente los admiradores de Chateaubriand: *Siendo atrayente el estilo y agradable la descripción ¡qué importa la geometría!*

Llegamos así a un punto en relación al cual no deseamos, en modo alguno, mantener una polémica con el lector.

2. El problema de los árboles

En un terreno de forma cuadrada un propietario quiere construir una casa; en ese terreno existían, plantadas según una disposición regular, 15 árboles.

(I) (II)



¿Cómo dividir el terreno en cinco partes iguales, en forma y el tamaño, de modo y cada una de esas partes, contengan el mismo número de árboles?
La solución es la indicada en la figura dos

Dígitos chinos

3. Problemas errados (E. Backheuser)[30]

Frecuentemente se presentan a los niños y niñas problemas cuya verificación no son hechos de la vida práctica diaria y es señal de mal profesor, el que los fórmula.
Como ejemplo de este caso podemos recordar los famosos problemas sobre "construcción de un muro" o sobre "fábrica de tela" por cierto número de operarios. Preparados sin preocuparse de adaptarlos a la realidad, acaban tornándose ridículos.
Sea por ejemplo: *tres operarios hacen un muro de 40 m de largo, 2 m de altura y 25 cm de espesor en 15 días; ¿cuántos días serán necesarios para que cuatro operarios ejecuten un muro de 35 m de largo, 1,5 m de altura y 20 cm de espesor?*

[30] Del libro *La Aritmética en la Escuela Primaria*

El resultado aritmético de esa "regla de tres", dará evidentemente, una solución expresada por un número de días inferior a 15. Ahora bien, cualquier albañil se reirá del resultado, porque para hacer un muro de 20 cm en lugar de 25 cm de espesor, gasta mucho más tiempo. La razón es simple, 25 cm es un espesor corresponde al largo de un ladrillo normal; para un espesor de 20 cm, que es un poco menor, es obligatorio quebrar los ladrillos según el espesor deseado, lo que va exigir, para la ejecución de la obra, un tiempo mucho mayor.

La misma disparidad entre la solución matemática y la solución real ocurre con un problema relativo a una fábrica de tela: "*si tantos operarios hacen cierto número de metros de paño de 1,5 m de ancho en un determinado tiempo, ¿en cuánto tiempo, manteniéndose las otras condiciones, se fabrica un paño de 20 cm de ancho?*".

El resultado aritmético sería de menos de la mitad del tiempo, al paso que en la práctica el tiempo es rigurosamente el mismo, porque el telar no trabaja más rápidamente, en función del ancho del tejido.

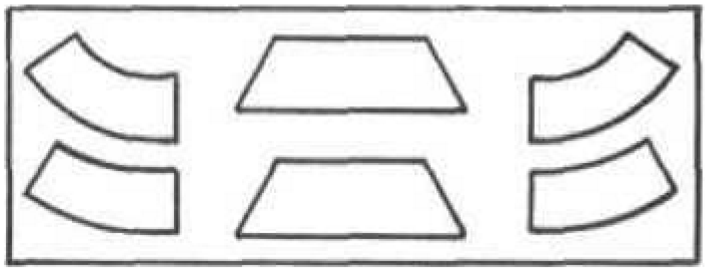
Así como estos, hay un sinnúmero de otros casos en que el que propone el problema debe documentarse previamente para evitar absurdos sinfín.

4. Blasfemia de un rey

Se cuenta que en el siglo XIII, Alfonso el Sabio, rey de Castilla, habían ordenado a los astrónomos árabes que construyeran tablas de los movimientos planetarios, las halló muy complicadas y exclamó: " si Dios, antes de crear el mundo, me hubiese consultado, habría hecho mejor las cosas". No endosamos la blasfemia al rey de Castilla, y repetiremos más modestamente, la frase del gran matemático Galois, que algunas horas antes de su muerte prematura, escribiera en una especie de testamento: "La ciencia es la obra del espíritu humano, que está diseñado principalmente para el estudio del saber, de buscar la verdad, más que para encontrarlo"

5. Ilusión óptica

En el dibujo de abajo aparecen nada menos que seis figuras geométricas. Aquí que las observa con cierta atención será inducido a afirmar que los lados de las figuras que están en la parte superior del cuadro son mayores que los lados de las figuras que se encuentran en la parte inferior.



Existe, sin embargo, una ilusión óptica que nos conduce a una impresión falsa. Los trapecios dibujados en la figura tienen los grados respectivamente iguales.

6. La matemática en la literatura, los ángulos

Entre las figuras geométricas más citadas por los escritores, debemos anotar en primer lugar el "ángulo".

Gracia Aranha, *El Viaje Maravilloso*[31], describe un camino que subía una montaña, utiliza figuras geométricas con admirable precisión:

"Las líneas del camino formaban ángulos agudos y obtusos en las laderas de la montaña, que subía intrincado y ardiente".

Théo Filho, en *Impresiones transatlánticas*, utiliza la expresión "ángulo reentrante", que es una de las más comunes en los literatos:

"Vista de la esquina más reentrante en primer plano..."

En general, los escritores no distinguen un diedro de un ángulo plano. Citemos un ejemplo característico cogido en "El Guaraní" de José de Alencar:

[31] Gracia Aranha, El Viaje Maravilloso, página 361

"...sacó su daga y la clavó en la pared tan profundamente cuanto le permitía la curva que el brazo era obligado a hacer para cubrir el ángulo"

Esa frase, indicada como ejemplo, sería correcta si el famoso romancero hubiese escrito:

"*que el brazo era obligado a hacer para cubrir el diedro*".

Conviene recordar, además, que el poeta Augusto dos Anjos, que en la primera estrofa de uno de sus sonetos, consiguió encajar un diedro perfecto:

"¡Ah! Quizás por qué razón monstruosa, encerraron siempre en esta red, dentro del ángulo diedro de las paredes.

7. La geometría en el amor

A los 17 años de edad, Madame de Staël se educaba en un convento en Francia. Acostumbraba ir a visitar a una niña, que vivía del otro lado de la plaza, a la que daba una de las fachadas del convento.

Un hermano de esa amiga insistía siempre en acompañarla de regreso a casa y la conducía, caminando por los dos costados de la plaza. Pero como las primeras impresiones causadas por ella iban perdiendo su primitivo ardor, él, gradualmente, y de visita en visita, fue acortando el camino; hasta que por fin tomó la línea más corta, siguiendo exactamente la diagonal de la plaza. Madame de Staël, recordando más tarde este caso, observó: "de este modo, reconocí que su amor fue disminuyendo, en la proporción exacta de la diagonal sobre los dos lados del cuadrado".

Con esa observación, de forma puramente matemática, quería, tal vez la autora de *Delphine*, revelar sus conocimientos sobre una famosa proposición de la geometría: "la relación entre la diagonal y uno de los lados del cuadrado es igual a la raíz cuadrada de dos".

Formuló, entretanto una comparación falsa, errada e inaceptable en geometría.

8. Grandes geómetras

Eratóstenes, astrónomo griego notable y amigo del célebre Arquímedes. Era poeta, orador, matemático, filósofo y atleta completo. Habiendo quedado ciego como consecuencia de una enfermedad a la vista, se suicidó de disgusto, dejándose morir de hambre.

Vivió en el siglo cuarto a. C.

9. Las perlas del rajá

Un rajá dejó para sus hijas cierto número de perlas y determinó que la división fuese hecha del siguiente modo: a la hija mayor le daría una perla y 1/7 de lo que restase; venía después la segunda y tomaría para ella dos perlas y 1/7 de lo que restase; posteriormente la tercera joven tomaría tres perlas y 1/7 de lo que restase. Y así sucesivamente.

Las hijas más jóvenes fueron a quejarse al juez que por ese sistema complicado de partición serían fatalmente perjudicadas.

El juez, según dice la tradición, que era muy hábil en la resolución de problemas respondió de inmediato que las reclamantes estaban engañadas; la división propuesta por el viejo rajá era justa y perfecta.

Y él tenía razón. Hecha la partición cada una de las herederas recibió el mismo número de perlas.

Se pregunta: ¿cuántas eran las perlas y cuántas hijas tenía el rajá?

Resolución

Las perlas eran 36 y debían ser repartidas entre seis personas.

La primera hija sacó una perla y 1/7 de 35, esto es, 5; luego obtuvo 6 perlas.

La segunda, de las 30 que encontró, sacó dos, más 1/7 de 28, que es 4; luego obtuvo 6 perlas.

La tercera, de las 24 que encontró, sacó tres más 1/7 de 21 es 3. Sacó por tanto, 6.

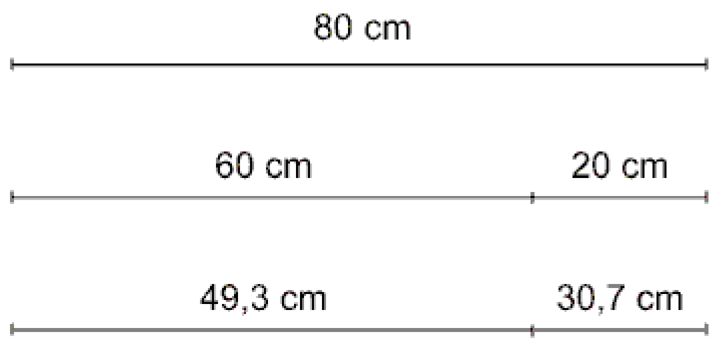
La cuarta, de las 18 que encontró, sacó cuatro más 1/7 de 14. Y 1/7 de 14 es 2. Recibió también 6 perlas.

La quinta encontró 12 perlas; de esas 12 sacó 5 y 1/7 de siete, esto es 1; luego obtuvo 6.

La hija más joven decidió por fin, las seis perlas restantes.

10. División áurea

¿En qué consiste la división áurea de un segmento?



Expliquemos, de modo elemental, ese curioso problema de geometría.

Tomemos un segmento de 80 cm de largo, por ejemplo.

Dividamos ese segmento en dos partes desiguales, teniendo la mayor 60 cm y la menor, 20 cm.

Calculemos la razón entre el segmento total y la parte mayor; para esto, dividimos 80 por 60, y hallamos:

$$80 : 60 = 1{,}33$$

Dividiendo la parte mayor (60 cm) por la menor (20 cm), obtenemos:

$60 : 20 = 3$

Notamos que los resultados no son iguales; el primer cuociente es 1,33 y el segundo, es exactamente 3.

Procuremos dividir el segmento dado en dos partes, tales que el segmento total (80) dividido por la parte mayor, de el mismo resultado que la mayor dividida por la menor.

En el ejemplo propuesto, la solución será obtenida si dividimos el segmento de 80 cm en dos parte midiendo respectivamente 49,3 centímetros y 30,7 cm. Tenemos, y es fácil verificar:

80 : 49,3 = 1,61

49,3 : 30,7 = 1,61

De ahí la proporción:

$$\frac{\text{Segmento total}}{\textit{Parte mayor}} = \frac{\text{Parte mayor}}{\text{Parte menor}} \quad 27b$$

Lección: el segmento total es a la parte mayor como la parte mayor es a la menor.

La división de un segmento hecha según esa proporción se denomina división áurea, o división en media y extrema razón.

En la división áurea, la parte mayor se denomina segmento áureo.

El número que expresa la relación entre los segmentos áureos, tiene un valor aproximado de 1618. Ese número, en general, se designa con la letra griega fi (φ).

Es evidente que si quisiéramos dividir un segmento *AB* en dos partes desiguales, tendríamos una infinidad de maneras. Hay una, sin embargo, que parece ser más agradable al espíritu, como si tradujese una operación armoniosa a nuestros sentidos. Y la división en media y extrema razón, la sección divina de Lucas Paccioli[32], también denominada *sectio aurea* por Leonardo da Vinci[33].

El matemático alemán Zeizing formuló, en 1855, en sus *Aetetische Farschungen*, el siguiente principio:

[32] Lucas Paccioli o Lucas de Burgo, monje franciscano, nació en Burgo, en la Toscana, a mediados del siglo XV y murió en Florencia a principios del siglo XVI.

[33] Leonardo da Vinci (1452 - 1519) célebre artista florentino, autor de la Gioconda y de La Última Cena. Fue escultor, arquitecto, pintor, ingeniero, escritor y músico.

"Para que un todo dividido en dos partes desiguales parezca bello desde el punto de vista de la forma, debe presentar entre la parte menor y la parte mayor, la misma relación que entre ésta y el todo".

"Hasta hoy", acentúa Joao Ribeiro[34], " no se consiguió descubrir la razón de ser o el porqué de esa belleza". Zeizing, que llevó adelante muchos y largos estudios, apunta varios interesantes ejemplos que constituyen una elocuente demostración del principio de la *sectio aurea.*

Es fácil observar que el título puesto a esta importante obra, divide, en general, el total del libro en media y extrema razón. Lo mismo acontece con la línea de los ojos que divide, en personas bien formadas, el ancho total del rostro en media y extrema razón. Se observa también la *sectio divina*, en las partes en que las falanges dividen los dedos de las manos.

La división áurea también aparece en la música, la poesía, la pintura y aún en la lógica.

Una relación notable, demostrada en geometría, define el lado del decágono regular como el segmento áureo del radio.

La división áurea de la cual Vitruvio[35] percibió rápidamente, surgió para el mundo científico en la obra de Paccioli, *Divina Proporción*, publicada en Venecia en 1509. Leonardo da Vinci, como una polimorfía de su incomparable talento, se sintió también seducido por el misterio de la llamada simetría geométrica, realzada por la división áurea. El célebre astrónomo alemán Juan Kepler, que formuló las leyes de la gravitación universal, era un verdadero fetichista de la divina proporción. "En la Geometría", decía él, "tengo dos tesoros, uno es el teorema de Pitágoras y el otro es la *sectio divina*[36]".

> *Sin los recursos de la matemática, no nos sería posible comprender muchos de los pasajes de las santas escrituras.*
> *San Agustín*

[34] Joao Ribeiro, Páginas de Estética.
[35] Maiita C. Ghyka, El Número de oro, 3 ra edición, 1931, Vol. I.
[36] Cf. Curso de Matemática, 4° año, de Euclides Roxo, Thiré y Mello e Souza

11. Porcentaje

Raros los escritores de renombre que no se han equivocado en matemática. Rui Barbosa, en un vibrante discurso pronunciado en el Senado, dejó escapar esta expresión:

"esto es, en el juego de esas transacciones, que tan gigantesca suma de valores representan, no mueve la oferta de dinero, sino en la proporción de 8 a 92." (Finanzas y Política de la República, 1892, p. 74.).

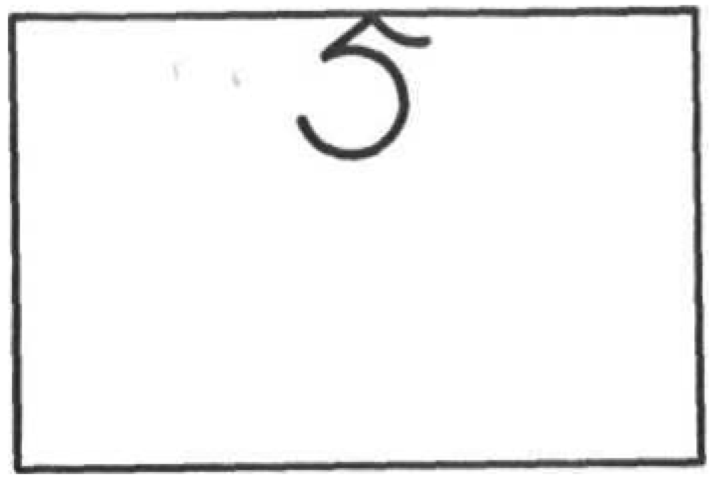
La relación de ocho a 92 no expresa, como pensaba el águila de la Haya, un porcentaje. El profesor Cecil Thiré, en su compendio de Matemática, dice claramente: "la relación entre números cuando se establece en tanto por ciento, se denomina porcentaje".

¿Quién podría confundir número con dígito? Y en tanto, Francisco d'Auria, contador notable, escribió en su Matemática Comercial, en la página 82: "... *se adoptó en la práctica el 100, como cifra de referencia.*"

12. Transformación curiosa

¿Es posible transformar el dígito 3, escrito a la izquierda, en un 5 (escrito a la derecha), con el auxilio de sólo una línea cerrada, esto es sin levantar el lápiz del papel?

La pregunta propuesta pertenece a aquellas que desafían la sagacidad de los más hábiles solucionadores.



La solución, es muy simple, y en la dada en la figura de arriba: se prolonga el extremo superior del dígito 3 en forma de un rectángulo; al alcanzar el punto final de cierre se completa el dígito cinco con la pequeña curva superior.

13. Muerte trágica de algunos matemáticos

Tales de Mileto, asfixiado por la multitud al salir de un espectáculo.
Arquímedes, asesinado por un soldado romano.
Eratóstenes, se suicidó dejándose morir de hambre.
Hipatia, lapidada por un grupo de exaltados durante un motín en Alejandría.
Evaristo Galois, muerto en un duelo.
Pitágoras, asesinado en Tarento, durante una revolución.

Dígitos árabes

14. Leibniz

En su elogio de Leibniz, Fontenele dice del gran geómetra y filósofo: "le gustaba ver crecer en los jardines de los demás, las plantas cuyas semillas el había proporcionado. Esas semillas eran frecuentemente más apreciadas que las propias plantas; el arte de descubrir en matemática es más precioso que la mayoría de las cosas que se descubren".

15. Los grandes geómetras

Hiparco, uno de los más eminentes astrónomos griegos, nació en el año 160 a. C. al ser informado de la aparición de una estrella de gran brillo, resolvió componer un catálogo en el cual consiguió reunir 1080 estrellas fijas. Fue primero beneficiar la posición de un punto de la superficie terrestre con el auxilio de la latitud y de la longitud.

16. El hombre que calculaba (Malba Tahan)

CAPÍTULO I

En el cual encuentro, durante una excursión, un viajero singular. Qué hacía el viajero y cuáles eran las palabras que pronunciaba.

Cierta vez volvía, al paso lento de mi camello, por el camino de Bagdad, de una excursión a la famosa ciudad de Samarra, en las márgenes del Tigris, cuando vi, sentado en una piedra, a un viajero modestamente vestido, que parecía reposar de las fatigas de algún viaje. - Disponíame a dirigir al desconocido el "salam" trivial de los caminantes, cuando con gran sorpresa le vi levantarse y pronunciar lentamente:

- Un millón cuatrocientos veintitrés mil, setecientos cuarenta y cinco. Sentóse enseguida y quedó en silencio, la cabeza apoyada en las manos, como si estuviera absorto en profunda meditación. Me paré a corta distancia y me puse a observarle como lo habría hecho frente a un monumento histórico de tiempos legendarios.

Momentos después se levantó, nuevamente, el hombre, y, con voz clara y pausada, enunció otro número igualmente fabuloso:

- Dos millones, trescientos veintiún mil, ochocientos sesenta y seis. Y así, varias veces, el extravagante viajero, puesto de pie, decía un número de varios millones, sentándose en seguida en la tosca piedra del camino. Sin saber refrenar la curiosidad que me aguijoneaba, me aproximé al desconocido, y después de saludarlo en nombre de Alah (con Él en la oración y en la gloria), le pregunté el

significado de aquellos números que sólo podrían figurar en proporciones gigantescas.

-¡Forastero! – respondió el "Hombre que calculaba"-, no censuro la curiosidad que te llevó a perturbar la marcha de mis cálculos y la serenidad de mis pensamientos. Y, ya que supiste ser delicado al hablar y al pedir, voy a satisfacer tu deseo. Para eso necesito, sin embargo, contarte la historia de mi vida.

Y narróme lo siguiente:

CAPÍTULO II

En el cual Beremís Samir, el "Hombre que calculaba", cuenta la historia de su vida. Cómo fui informado de los prodigiosos cálculos que realizaba y por qué nos hicimos compañeros de viaje.

e llamo Beremís Samir y nací en la pequeña aldea de Khoy, en Persia, a la sombra de la gran pirámide formada por el monte Ararat. Siendo muy joven todavía, me empleé como pastor al servicio de un rico señor de Khamat[37] . Todos los días, al salir el Sol, llevaba el gran rebaño al campo, debiendo ponerlo al abrigo, al atardecer. Por temor de extraviar alguna oveja y ser por tal negligencia castigado, contábalas varias veces durante el día. Fui, así, adquiriendo, poco a poco, tal habilidad para contar que, a veces, instantáneamente, calculaba sin error el rebaño entero. No contento con eso, pasé a ejercitarme contando además los pájaros cuando, en bandadas, volaban por el cielo. Volvíme habilísimo en ese arte. Al cabo de algunos meses –gracias a nuevos y constantes ejercicios-, contando hormigas y otros pequeños insectos, llegué a practicar la increíble proeza de contar todas las abejas de un enjambre. Esa hazaña de calculista nada valdría frente a las otras que más tarde practiqué. Mi generoso amo, que poseía, en dos o tres oasis distantes, grandes plantaciones de dátiles, informado de mis habilidades matemáticas, me encargó de dirigir su venta, contándolos yo uno por uno en los cachos. Trabajé así al pie de los datileros cerca de diez años. Contento con las ganancias que obtuvo, mi bondadoso patrón acaba de concederme algunos meses de descanso, y por eso voy ahora a Bagdad pues deseo visitar a algunos parientes y admirar las bellas

[37] *Khamat de Marú* , ciudad situada en la base del monte Ararat, Khoy, situada en el valle del mismo nombre y bañada por las aguas que descienden de las montañas de Salmas. (Nota de Malba Tahan)

mezquitas y los suntuosos palacios de esa bella ciudad. Y para no perder el tiempo, me ejercito durante el viaje, contando los árboles que dan sombra a la región, las flores que la perfuman y los pájaros que vuelan en el cielo, entre las nubes. Y señalando una vieja y grande higuera que se erguía a poca distancia, prosiguió:

- Aquel árbol, por ejemplo, tiene doscientas ochenta y cuatro ramas. Sabiendo que cada rama tiene, término medio, trescientas cuarenta y siete hojas, se deduce fácilmente que aquel árbol tendrá un total de noventa y ocho mil quinientas cuarenta y ocho hojas. ¿Qué le parece, amigo?

- ¡Que maravilla! –exclamé atónito-. ¡Es increíble que un hombre pueda contar todos los gajos de un árbol, y las flores de un jardín! Tal habilidad puede proporcionar a cualquier persona un medio seguro de ganar envidiables riquezas.

- ¿Cómo es eso? –preguntó Beremís-, ¡Jamás pasó por mi imaginación que pudiera ganarse dinero contando los millones de hojas de los árboles o los enjambres de abejas! ¿Quién podría interesarse por el total de ramas de un árbol o por el número de pájaros que cruzan el cielo durante el día?

- Vuestra admirable habilidad – expliqué- podría ser empleada en veinte mil casos diferentes. En una gran capital como Constantinopla, o aún en Bagdad, seríais útil auxiliar para el Gobierno. Podríais calcular poblaciones, ejércitos y rebaños. Fácil os sería evaluar las riquezas del país, el valor de las colectas, los impuestos, las mercaderías y todos los recursos del Estado. Yo os aseguro –por las relaciones que mantengo, pues soy bagdalí[38] *, que no os sería difícil obtener una posición destacada junto al glorioso califa Al-Motacen (nuestro amo y señor). Podríais, tal vez, ejercer el cargo de visir – tesorero o desempeñar las funciones de Finanzas musulmanas*[39]*.*

- Si es así, joven – respondió el calculista- no dudo más, y os acompaño hacia Bagdad.

Y sin más preámbulo, se acomodó como pudo encima de mi camello (único que teníamos), rumbo a la ciudad gloriosa.

De ahí en adelante, ligados por ese encuentro casual en medio del agreste camino, nos hicimos compañeros y amigos inseparables.

[38] *Bagdalí,* individuo nacido en Bagdad.

[39] *Musulmán,* nombre derivado de Mouslin, "aquel que se resigna a la voluntad de Dios". Los musulmanes practican la religión de Mahoma y son actualmente unos 240 millones, aproximadamente.

Beremís era de genio alegre y comunicativo. Joven aún –pues no tendría veintiséis años-, estaba dotado de gran inteligencia y notable aptitud para la ciencia de los números[40].

Formulaba, a veces, sobre los acontecimientos más banales de la vida, comparaciones inesperadas que denotaban gran agudeza de espíritu y verdadero talento matemático. Beremís también sabía contar historias y narrar episodios que ilustraban sus conversaciones, de por sí atrayentes y curiosas.

A veces pasábase varias horas, en hosco silencio, meditando sobre cálculos prodigiosos. En esas oportunidades me esforzaba por no perturbarlo, quedándome quieto, a fin de que pudiera hacer, con los recursos de su memoria privilegiada, nuevos descubrimientos en los misteriosos arcanos de la Matemática, ciencia que los árabes tanto cultivaron y engrandecieron.

CAPÍTULO III

Singular aventura acerca de 35 camellos que debían ser repartidos entre tres árabes. Beremís Samir efectúa una división que parecía imposible, conformando plenamente a los tres querellantes. La ganancia inesperada que obtuvimos con la transacción.

Hacía pocas horas que viajábamos sin interrupción, cuando nos ocurrió una aventura digna de ser referida, en la cual mi compañero Beremís puso en práctica, con gran talento, sus habilidades de eximio algebrista.

Encontramos, cerca de una antigua posada medio abandonada, tres hombres que discutían acaloradamente al lado de un lote de camellos.

Furiosos se gritaban improperios y deseaban plagas:

- ¡No puede ser!

- ¡Esto es un robo!

- ¡No acepto!

El inteligente Beremís trató de informarse de que se trataba.

[40] No pocos fueron los matemáticos que se hicieron notables por la precocidad con que revelaron sus aptitudes: Blas Pascal, a los 16 años escribió un tratado sobre las cónicas; Evaristo Galois a los 15 años comentaba obras de cálculo y análisis; José Bertrand, a los 11 años iniciaba los cursos en la Escuela Politécnica; Nicolás Enrique Abel a los 16 años descubría y demostraba teoremas de Álgebra Superior.

- Somos hermanos –dijo el más viejo- y recibimos, como herencia, esos 35 camellos. Según la expresa voluntad de nuestro padre, debo yo recibir la mitad, mi hermano Hamed Namir una tercera parte, y Harim, el más joven, una novena parte. No sabemos sin embargo, como dividir de esa manera 35 camellos, y a cada división que uno propone protestan los otros dos, pues la mitad de 35 es 17 y medio. ¿Cómo hallar la tercera parte y la novena parte de 35, si tampoco son exactas las divisiones?

- Es muy simple –respondió el "Hombre que calculaba"-. Me encargaré de hacer con justicia esa división si me permitís que junte a los 35 camellos de la herencia, este hermoso animal que hasta aquí nos trajo en buena hora.

Traté en ese momento de intervenir en la conversación:

- ¡No puedo consentir semejante locura! ¿Cómo podríamos dar término a nuestro viaje si nos quedáramos sin nuestro camello?

- No te preocupes del resultado "bagdalí" –replicó en voz baja Beremís-. Se muy bien lo que estoy haciendo. Dame tu camello y verás, al fin, a que conclusión quiero llegar.

Fue tal la fe y la seguridad con que me habló, que no dudé más y le entregué mi hermoso "jamal"[41], que inmediatamente juntó con los 35 camellos que allí estaban para ser repartidos entre los tres herederos.

- Voy, amigos míos –dijo dirigiéndose a los tres hermanos- a hacer una división exacta de los camellos, que ahora son 36.

Y volviéndose al más viejo de los hermanos, así le habló:

- Debías recibir, amigo mío, la mitad de 35, o sea 17 y medio. Recibirás en cambio la mitad de 36, o sea, 18. Nada tienes que reclamar, pues es bien claro que sales ganando con esta división.

Dirigiéndose al segundo heredero continuó:

- Tú, Hamed Namir, debías recibir un tercio de 35, o sea, 11 camellos y pico. Vas a recibir un tercio de 36, o sea 12. No podrás protestar, porque también es evidente que ganas en el cambio.

Y dijo, por fin, al más joven:

[41] *Jamal* – una de las muchas denominaciones que los árabes dan a los camellos.

- A ti, joven Harim Namir, que según voluntad de tu padre debías recibir una novena parte de 35, o sea, 3 camellos y parte de otro, te daré una novena parte de 36, es decir, 4, y tu ganancia será también evidente, por lo cual sólo te resta agradecerme el resultado.

Luego continuó diciendo:

- Por esta ventajosa división que ha favorecido a todos vosotros, tocarán 18 camellos al primero, 12 al segundo y 4 al tercero, lo que da un resultado (18 + 12 + 4) de 34 camellos. De los 36 camellos sobran, por lo tanto, dos. Uno pertenece, como saben, a mi amigo el "bagdalí" y el otro me toca a mí, por derecho, y por haber resuelto a satisfacción de todos, el difícil problema de la herencia[42].

- ¡Sois inteligente, extranjero! – exclamó el más viejo de los tres hermanos-. Aceptamos vuestro reparto en la seguridad de que fue hecho con justicia y equidad.

El astuto beremís –el "Hombre que calculaba"- tomó luego posesión de uno de los más hermosos "jamales" del grupo y me dijo, entregándome por la rienda el animal que me pertenecía:

- Podrás ahora, amigo, continuar tu viaje en tu manso y seguro camello. Tengo ahora yo, uno solamente para mí.

Y continuamos nuestra jornada hacia Bagdad.

CAPÍTULO IV

En el cual encontramos un rico sheik, casi muerto de hambre en el desierto. La propuesta que nos hizo sobre los ocho panes que teníamos y como se resolvió, de manera imprevista, el pago con ocho monedas. Las tres divisiones de Beremís: la división simple, la división exacta y la división perfecta. Elogio que un ilustre visir dirigió al "Hombre que calculaba".

[42] Este curioso resultado proviene de ser la suma

$$1/2 + 1/3 + 1/9 = 17/18$$

menor que la unidad. De modo que el reparto de los 35 camellos entre los tres herederos no se habría hecho por completo; hubiera sobrado 1/18 de 35 camellos.

Habiendo aumentado el dividendo a 36, el sobrante resultó entonces 1/18 de 36, o sea los dos camellos referidos en el reparto hecho por el "Hombre que calculaba".

Tres días después, nos aproximábamos a una pequeña aldea –llamada Lazakka- cuando encontramos, caído en el camino, a un pobre viajero herido.

Socorrímosle y de su labios oímos el relato de su aventura.

Llamábase Salem Nasair, y era uno de los más ricos negociantes de Bagdad. Al regresar, pocos días antes, de Basora, con una gran caravana, fue atacado por una turba de persas, nómades del desierto. La caravana fue saqueada, pereciendo casi todos sus componentes a manos de los beduinos. Sólo se había salvado él, que era el jefe, ocultándose en la arena, entre los cadáveres de sus esclavos.

Al terminar el relato de sus desgracias, nos preguntó con voz angustiosa:

- ¿Tenéis, por casualidad, musulmanes, alguna cosa para comer? ¡Estoy casi muriéndome de hambre!

- Tengo solamente tres panes –respondí.

- Yo traigo cinco –afirmó a mi lado el "Hombre que calculaba".

- Pues bien –sugirió el sheik[43]-; juntemos esos panes y hagamos una sociedad única. Cuando lleguemos a Bagdad os prometo pagar con ocho monedas de oro el pan que coma.

Así hicimos, y al día siguiente, al caer la tarde, entramos en la célebre ciudad de Bagdad, la perla de Oriente.

Al atravesar una hermosa plaza, nos enfrentamos con un gran cortejo. Al frente marchaba, en brioso alazán, el poderoso Ibraim Maluf, uno de los visires[44] del califa en Bagdad.

Al ver el visir a sheik Salem Nasair en nuestra compañía, gritó, haciendo parar su poderosa escolta, y le preguntó:

- ¿Qué te ha pasado, amigo mío? ¿Por qué te veo llegar a Bagdad sucio y harapiento, en compañía de dos hombres que no conozco?

El desventurado sheik narró, minuciosamente, al poderoso ministro todo lo que le ocurriera en el camino, haciendo los mayores elogios respecto de nosotros.

- Paga sin pérdida de tiempo a esos dos forasteros, ordenó el visir.

Y sacando de su bolsa 8 monedas de oro las entregó a Salem Nasair, insistiendo:

[43] *Sheik* – término respetuoso que se aplica, en general, a los sabios, religiosos y personas respetables por la edad o posición social.
[44] *Visir* – ministro –*Califa*- soberano musulmán. Los Califas decíanse sucesores de Mahoma.

- Quiero llevarte ahora mismo al palacio, pues el Comendador de los Creyentes desea, con seguridad, ser informado de esta nueva afrenta que lo beduinos practicaran, al matar a nuestros amigos saqueando caravanas dentro de nuestras fronteras.

- Voy a dejaros, amigos míos -; dijo Nasair- mas, antes deseo agradeceros el gran servicio que me habéis prestado. Y para cumplir la palabra, os pagaré el pan que tan generosamente me dierais.

Y dirigiéndose al "Hombre que calculaba" le dijo:

- Por tus cinco panes te daré cinco monedas.

Y volviéndose hacia mí, concluyó:

- Y a ti, "bagdalí", te daré por los tres panes tres monedas.

Con gran sorpresa nuestra, el "Calculista" objetó, respetuosamente:

- ¡Perdón, oh sheik! La división hecha de ese modo será muy sencilla, mas no es matemáticamente exacta. Si yo di 5 panes, debo recibir 7 monedas; y mi compañero, "el Bagdad" que dio tres panes, solamente debe recibir una moneda.

- ¡Por el nombre de Mahoma![45] –dijo el visir Ibraim, interesado vivamente por el caso-. ¿Cómo justificas, extranjero, tan disparatada forma de pagar 8 panes con 8 monedas? Si contribuiste con 5 panes, ¿por qué exiges 7 monedas? Y si tu amigo contribuyó con 3 panes, ¿por qué afirmas que debe recibir únicamente una moneda?

El "Hombre que calculaba" se aproximó al poderoso ministro y así le habló:

- Voy a probaros que la división de las monedas hecha en la forma propuesta por mí, es más justa y más exacta. Cuando, durante el viaje, teníamos hambre, sacaba un pan de la caja y lo partía en tres trozos, uno para cada uno de nosotros. Todos los panes que eran 8, fueron divididos, pues, en la misma forma. Es evidente, por lo tanto, que si yo tenía 5 panes, di 15 pedazos; si mi compañero tenía 3 panes, dio 9 pedazos. Hubo, así, un total de 24 pedazos, de los cuales cada uno de nosotros comió 8. Ahora bien; si de mis 15 pedazos comí 8, di, en realidad, 7; y mi compañero, que tenía 9 pedazos, al comerse 8, solo dio 1. Los 7 que di yo y el que

[45] *Mahoma* nació en la Meca, en el año 571 y allí murió., en el año 632. Huérfano desde temprana edad fue criado primeramente por su abuelo y luego por un tío, ambos pobres; tuvo, pues, que emplearse como pastor, pasando a servir más tarde como guía para las caravanas, entrando, por fin, al servicio de una prima viuda y rica, llamada Cadidja.

suministró "el bagdalí" formaron los 8 que comiera el sheik Salem Nasair. Por consiguiente, es justo que yo reciba 7 monedas y mi compañero 1.

El gran visir, después de hacer los mayores elogios al "Hombre que calculaba", ordenó que le fueran entregadas las 7 monedas, pues a mí sólo me tocaba, por derecho, 1. La demostración lógica y perfecta presentada por el matemático no admitía duda.

- Esa división – replicó entonces el "Calculista"- es matemáticamente exacta, pero a los ojos de Dios no es perfecta.

Y tomando las ocho monedas en la mano las dividió en dos partes iguales. Dióme una de ellas y se guardó la otra.

- Ese hombre es extraordinario –exclamó el visir-. No aceptó la división propuesta de las ocho monedas en dos partes de 5 y 3, en la que salía favorecido; demostró tener derecho a 7 y su compañero a 1, acabando por dividir las 8 monedas en dos partes iguales, que repartió con su amigo.

Y añadió con entusiasmo:

- ¡Mac Alah![46] *Ese joven, además de parecerme un sabio habilísimo en los cálculos de Aritmética, es bueno como amigo y generoso como compañero. Tómolo ahora mismo como secretario mío.*

- Poderoso visir –le dijo el "Hombre que calculaba"-, veo que acabáis de hacer, con 29 palabras y un total de 145 letras, el mayor elogio que oí en mi vida, y yo, para agradecéroslo, me veo en la obligación de emplear 58 palabras en las cuales figuran nada menos que 290 letras, el doble de las vuestras[47]*, precisamente. ¡Que Alah os bendiga y proteja!*

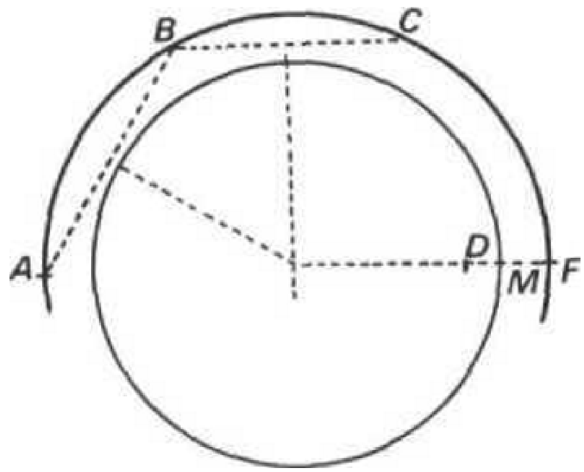
Con estas palabras el "Hombre que calculaba" nos dejó a todos maravillados de su argucia e invencible talento de calculista.

17. El problema de la pista

Cuatro hombres que poseían caballos de carrera, tenían sus casas en los puntos *A*, *B*, *C* y *D.* Ellos decidieron construir una pista circular para carreras.

[46] *¡Mac Alah!* (Poderoso es Dios). Exclamación usual entre los musulmanes.

[47] En la traducción, esta relación de duplicidad solo se ha conservado aproximadamente.



Para que no hubiese discusiones decidieron que la pista pasara a igual distancias de sus respectivas casas.

El problema es simple y puede ser resuelto con regla y compás.

Tracemos una circunferencia que pase por los puntos *A*, *B* y *C* y que tenga centro en *I*. Tracemos el radio *IF*, que pasa por el punto *D.* Por el punto *M*, punto medio de *DF*, y con centro en *I*, tracemos otra circunferencia.

Esta circunferencia resolverá el problema propuesto, el trazado de la pista. Hay otras soluciones.

18. Rectángulo áureo

Para que un rectángulo sea armonioso, es necesario que la altura sea igual al segmento áureo de la base. El rectángulo que presenta esa notable relación entre sus dimensiones se denomina rectángulo áureo o rectángulo módulo.

Encontramos el rectángulo áureo, conforme observó Timerding, en el formato de la mayor parte de los libros, los cuadros, las pequeñas barras de chocolate, las tarjetas postales, los sellos, etc.

Encontramos el rectángulo áureo en las fachadas muchas casa y edificios, que se distinguen por la elegancia de sus líneas arquitectónicas y en el formato de casi todos los diarios y revistas.

En el rectángulo áureo, la altura es igual, aproximadamente, al producto de la base por 0,618.

19. Las potencias de 11

Las potencias enteras de 11 no dejan de llamar nuestra atención y pueden ser incluidas entre los productos curiosos:

$$11 \times 11 = 121$$
$$11 \times 11 \times 11 = 1331$$
$$11 \times 11 \times 11 \times 11 = 14641$$

Disposición no menos interesante presentan los números 9, 99, 999, etc. cuando son elevados al cuadrado:

$$9^2 = 81$$
$$99^2 = 9801$$
$$999^2 = 998001$$
$$9999^2 = 99980001$$

Vale la pena observar que el número de nueves de la izquierda es igual al número de ceros de la derecha, que se sitúan entre los dígitos 8 y 1.

20. Ilusión óptica

Es una curiosa ilusión óptica. En la figura, las curvas parecen ser elipses deformadas. Es sólo un engaño.

Todas las curvas principales del diseño son círculos que tienen su centro en el centro de la figura.

La Matemática posee una fuerza maravillosa, capaz de hacernos comprender muchos misterios de nuestra Fe.

San Jerónimo

21. Los grandes geómetras

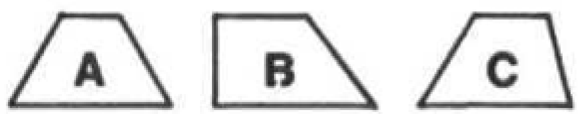
Euclides, uno de los más famosos geómetras de la Antigüedad, nació en el año 300 a.C. y murió en 275 a.C. Estudió en Atenas con los sucesores de Platón. Escribió una obra llamada "Los Elementos" que es muy notable. Construyó sus teorías geométricas basado en varias proposiciones (postulados y definiciones) aceptadas sin demostración. El Postulado V, el de las paralelas, fue el que d'Alembert llamó el *escándalo de la Geometría*

22. Origen de los signos de relación

Roberto Record, matemático inglés, tendrá siempre su nombre anotado en la historia de la Matemática, por haber sido el primero en emplear el signo = (igual), para indicar una igualdad. En su primer libro, publicado en 1540, Record colocaba el símbolo Ψ (Fi) entre dos expresiones iguales; el signo igual (=), constituido por dos pequeños trazo paralelos, sólo apareció en 1557. Comentan algunos autores que en los manuscritos de la Edad Media, el signo = aparece como una abreviatura de la palabra *est*.

Guillermo Zulander, matemático alemán, indicaba las igualdades, a fines del siglo XVI, por dos pequeños trazos paralelos verticales; hasta entonces aparecía la palabra *aequalis*, que por extensión, ligaba los dos miembros de la igualdad.

El signo > (mayor que) y < (menor que) se deben a Tomás harriot, que contribuyó mucho con sus trabajos al desarrollo del análisis algebraico.



23. Protágoras y el discípulo

Se cuenta que Protágoras, sofista notable, admitió en su escuela al joven Enatlus. Y como fuera pobre, acordó con su maestro un contrato: pagaría las lecciones cuando ganase la primera causa.

Terminado el curso, Enatlus no se dedicó a la abogacía y prefirió trabajar en el comercio, carrera que le pareció más lucrativa.

De vez en cuando, Protágoras interpelaba a su ex discípulo sobre el pago de las clases y siempre oía como respuesta, la misma disculpa:

-¡Luego de ganar la primera causa, maestro! Ése fue nuestro contrato.

No conforme Protágoras con la postergación indefinida del pago, llevó la cuestión a los tribunales. Quería que el joven Enatlus, fuese obligado por la justicia, a efectuar el pago de la deuda.

Cuando se inició el proceso delante del tribunal, Protágoras pidió la palabra y habló así:

- ¡Señores jueces! ¡Hoy voy a ganar o perder esta cuestión! Si he de ganar, mi ex discípulo estará obligado a pagarme pues la sentencia me favorece, si he de perder, mi ex discípulo también debe pagarme, en virtud de nuestro contrato, pues habría ganado su primera causa.

- ¡Muy bien, muy bien!, exclamaron los oyentes. ¡De cualquier modo Protágoras gana la cuestión!

Enatlus, que era muy talentoso, al darse cuenta que su antiguo maestro quería vencerlo mediante un hábil sofisma, pidió también la palabra, y dijo así a los miembros del tribunal:

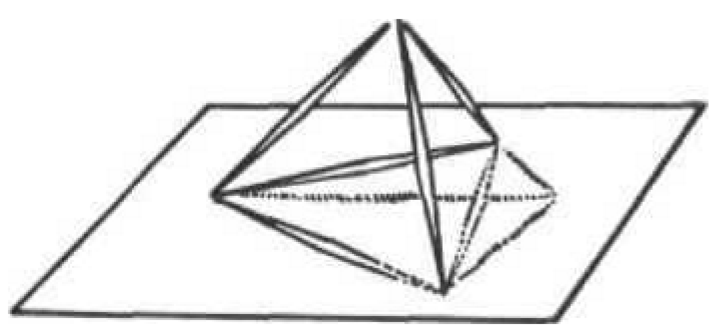
- ¡Señores jueces! ¡Hoy puedo ganar o perder este juicio! Si llego a perder, no debo pagar nada, pues no he ganado la primera causa y si gano, tampoco debo pagar nada, pues la sentencia es a mi favor.

Se cuenta que los jueces se sintieron atrapados y no sabían cómo dictar sentencia en este caso.

El sofisma de Protágoras consistía en lo siguiente: cuando convenía a sus intereses, hacía valer el contrato, y cuando este podía perjudicarlo de cualquier modo, pretendía hacer valer la sentencia. El joven Enatlus echó mano del mismo sofisma, con gran habilidad.

24. Con seis palitos

Construir con seis palitos iguales, cuatro triángulos también iguales.



No es posible resolver este problema colocando los seis palitos en un mismo plano. La única solución es la siguiente: colocamos los seis palitos de modo que formen las aristas de un tetraedro regular.

Los cuatro triángulos pedidos corresponderán a las cuatro caras de ese tetraedro.

25. La bravata de Arquímedes (J. C. Mello e Souza)

Un hecho, que Gino Loria atribuye a una leyenda, caracteriza el valor de Arquímedes.

Mandó Hierón de Siracusa construir una embarcación de grandes dimensiones, el que, debido a su considerable peso, no podía ser retirado del astillero para ser botado al mar. Hierón, temeroso de perder todo el esfuerzo empeñado en la construcción, pidió, para solucionar el caso, el auxilio del reconocido e ingenioso Arquímedes.

Éste, utilizando un artilugio inventado con ese propósito, consiguió ante la sorpresa de todos, aflojar la pesada nave, levantarla con relativa facilidad y echarla al mar.

Se cuenta que al recibir las felicitaciones del rey, por el éxito de sus esfuerzos, el geómetra respondió, con una frase que encierra una bravata célebre en la ciencia:

- ¡Dadme un punto de apoyo en el espacio, y yo arrancaré la Tierra del cielo!

¿Cómo pretendería el célebre siracusano llevar a cabo esta proeza?

Según ha calculado Ferguson, en su *Astronomía Explicada*, un hombre, pesando 80 kilogramos, y con una palanca de 20 quintillones de kilómetros, al cabo de veinte millones de años, haría desplazarse a la tierra en solo 25 milímetros... ¡Nada menos!

26. El estudio de la matemática[48] (Euclides Roxo)

Para los griegos, la geometría terminó siendo una ciencia teórica y lógica, que estudiaban casi sólo por la belleza de su estructura.

Modernamente, sin embargo, el estudio de la geometría y de la matemática en general tiene un gran interés práctico por la aplicación de sus verdades a problemas vitales de ingeniería, arquitectura, física y de todas las otras ciencias. Además de este interés práctico, tiene como objetivo, no menos importante, la educación del pensamiento lógico y del raciocinio correcto.

[48] Del libro Curso de matemática, 3° año, página 13

27. Los siete navíos (C. Laisant)

Cierta vez, ya hace algunos años, en ocasión de un congreso científico, al fin de un almuerzo en el que se encontraban varios matemáticos conocidos, algunos de ellos ilustres, pertenecientes a distintas nacionalidades, Eduardo Lucas, les anunció, inesperadamente, que les iba a proponer un problema de matemáticas, y de los más difíciles.

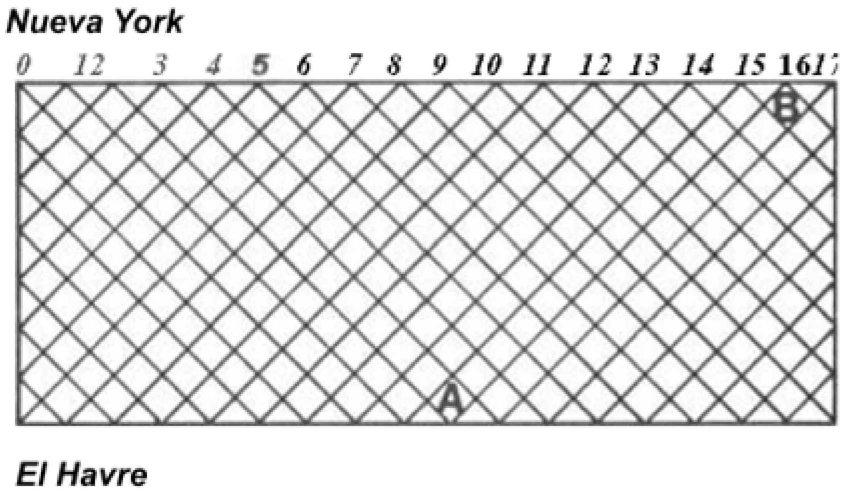
- Supongamos que, comenzó diciendo el ilustre geómetras, e infelizmente es una simple suposición, todos los días a mediodía, parte de El Havre hacia Nueva York, un navío y que a la misma hora, sale otro de de la misma compañía, desde Nueva York hacia El Havre. La travesía se hace siempre en siete días, tanto en un sentido como en otro.

¿Cuántos navíos de esa compañía, siguiendo la ruta opuesta, encontrará en su camino, el buque que parte de El Havre, hoy a mediodía?

Algunos de los oyentes respondieron imprudentemente: "Siete". Otros permanecieron silenciosos, como si la pregunta les sorprendiese. No hubo nadie que diera una solución correcta, como la que figura más abajo, de una nitidez perfecta.

Este episodio, absolutamente auténtico, encierra dos enseñanzas. Nos muestra, en primer lugar, cuánta indulgencia y paciencia debemos tener con los alumnos que no comprenden, a primera vista, las cosas que constituyen novedades para ellos; después, deja en evidencia la gran utilidad de las representaciones gráficas.

De hecho, la mayoría de los matemáticos más comunes poseen esta noción, la figura que presentamos, se habría formado espontáneamente en su mente; y seguro que no habrían dudado. Los auditores de Lucas, por el contrario, no pensaban sino en los navíos que debían partir, olvidándose de aquellos que ya venían en camino; pensaban pero no veían.



Es pues cierto, que un vapor, cuyo gráfico es *AB*, habiendo partido de El Havre el día 9, llega a Nueva York el día 16, encontrándose en el mar, con 13 barcos, más el que está entrando en El Havre, el día de su partida y más el que sale de Nueva York, el día de su llegada, esto es, 15 en total.

28. Multiplicación por la izquierda

Una multiplicación, en general, se inicia por el dígito de más a la derecha del multiplicador, pero un calculista excéntrico podría, sin embargo, comenzarla por la izquierda, sin que por ello sea más trabajoso.

El ejemplo que damos abajo, la multiplicación de 632 por 517, puede ser realizada mediante ambos métodos.

Vemos, por la disposición de los cálculos, que los productos parciales son los mismos en ambos casos, solo que colocados en orden diferente.

Además de eso, para obtener, en el segundo caso, las correspondencias de unidades, es preciso avanzar cada producto parcial hacia la derecha, en relación al producto anterior y en el otro caso, debe avanzarse hacia la izquierda, como se hace comúnmente.

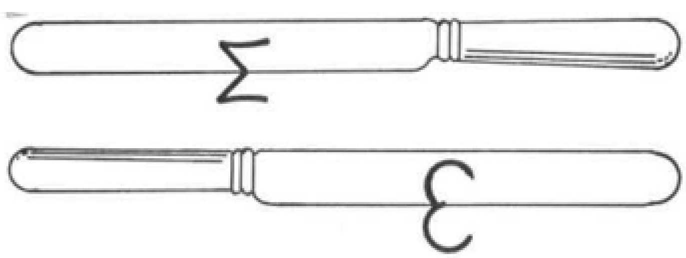
Ejemplo:

632	632
517	517
4424	3160
632	632
3160	4424
326744	326744

29. Metamorfosis del número 2

El número dos, puede convertirse, por un proceso simple, en un número tres, y además de so, en la letra *M* también.

Por lo tanto, sólo es preciso tener un papel blanco y un cuchillo de hoja limpia y reluciente.



Para efectuar esta curiosa experiencia, basta colocar el cuchillo sobre el 2, precisamente en el centro. La mitad superior reflejada en la hoja, formará el número 3, así como la parte inferior, formará la letra *M*.

30. Curvas y ecuaciones

Decía Taine que una pequeña ecuación contiene la curva inmensa cuya ley traduce[49]. Completando el pensamiento del gran filósofo francés, podemos agregar que una curva, en su sencillez, encierra una infinidad de propiedades; refleja un sinnúmero de fórmulas, sugiere un mundo de transformaciones. Además, la feliz expresión de Sofía Germain, "*el álgebra es una geometría escrita y la geometría es un álgebra figurada*".

[49] A. Rebière, Op. cit. p. 38

"El matemático es perfecto", observa Goethe, "solo cuando siente la belleza de la verdad". Así pues, si una ecuación, que traduce cierta ley, viene a revelarnos una propiedad nueva, la curva representativa de esa ecuación realza la incomparable "belleza de ea verdad".

Sección 4

Contenido:

1. La masacre de los judíos

El historiador Josefo, gobernador de galilea, que resistió estoicamente a los ataques de las legiones de Vespasiano, siendo finalmente vencido, se refugió en una caverna con 40 judíos patriotas. Sitiados por los romanos, decidieron matarse antes que caer en manos de los enemigos. Formaron una ronda, y contaron, 1, 2 y 3, y a todo el que caía número 3, era muerto.

¿En qué lugar debía estar Josefo, para escapar d esta horrenda matanza?

La solución de este problema puede ser obtenida fácilmente con el auxilio de un dispositivo práctico: basta escribir en círculo 41 números, y comenzando por el primero, cancelar con una raya, de tres en tres.

Después de pasar por todo el cuadro, se continúa del mismo modo, sólo considerando aquellos números que no están tarjados, porque ellos pasan a representar a los soldados muertos. Terminado el trabajo, se ve que solo dos judíos escapan de esta muerte atroz, los que se hallaban en las posiciones 16 y 31. Uno de esos lugares escogería para sí el gobernador Josefo, el cual, en lugar de matar a su compañero y luego suicidarse, resolvió entregarse, con todas las garantías, a Vespasiano.

Esta es una leyenda que parece datar del siglo I de la era cristiana.

2. Los reyes y la geometría

Ptolomeo Soter, rey de Egipto, fundador de una dinastía notable, resolvió crear en Alejandría un centro de estudios, capaz de rivalizar con las escuelas griegas más notables como las de Platón y Pitágoras.

Mandó a llamar a Euclides y le invitó a ocupar una de las posiciones más elevadas en la nueva escuela.

La distribución de las materias que debían ser estudiadas en la academia, en la parte referente a la aritmética y geometría, fueron expuestas con claridad, precisión y también con simplicidad.
Una vez terminada la tarea, Euclides llevó al rey su trabajo. Se auxiliaba de un esclavo que llevaba las numerosas hojas cuidadosamente enrolladas.
El monarca, rodeado de sus generales y cortesanos, recibió al geómetra en una audiencia solemne. Sorprendido talvez, por el gran desarrollo que tenía su trabajo, el rey preguntó a Euclides, si no había otro camino más sencillo, menos espinoso, que le permitiera llegar al conocimiento de la geometría.
Respondió el geómetra:
- ¡No, príncipe, en matemática no existe ningún caminos especialmente diseñado para los reyes!

3. La modestia de Sturm

Sturm, cuando se refería al célebre teorema descubierto por él, decía:
"El teorema, cuyo nombre yo tengo la honra de usar".

4. Muerte de Hipatia

Otrora vivió en Alejandría una mujer que se volvió notable por la cultura matemática que poseía. Se llamaba Hipatia, y nació en el año 375 de nuestra era. Consiguió cautivar a un gran número de discípulos, atraídos por su elocuencia, por su talento, por su belleza y virtudes. Esa mujer famosa, que comentó las obras de Diofanto, tuvo un fin trágico: fue asesinada por el populacho exaltado durante un motín ocurrido en las calles de Alejandría.

5. La corona de Herón

Hierón, rey de Siracusa, en el año 217 a.C. mandó a sus orfebres 10 libras de oro para la confección de una corona que él deseaba ofrecer a Júpiter. Cuando el rey tuvo la obra terminada, verificó que efectivamente pesaba 10 libras, pero el color le sugirió la idea los orfebres habían mezclado el oro con plata. Para despejar la duda, consultó a Arquímedes, matemático famosísimo.

Arquímedes, habiendo hallado que el oro pierde, sumergido en agua, 52 milésimos de su peso, y la plata, 99 milésimos de su peso, determinó el peso de la corona sumergida en agua y halló que era de 9 libras y 6 onzas; con estos tres datos, descubrir la cantidad de plata que tenía la corona.

¿Quién podrá determinar la cantidad de oro y plata que tiene la corona destinada el dios de dioses?

Hay, en relación a este problema, una leyenda mucho más curiosa>: Se cuenta que Arquímedes pensó mucho tiempo sin poder resolver el problema propuesto por el rey Hierón. Un día, estando en el baño, descubrió el modo de solucionarlo, y entusiasmado, salió corriendo al palacio del monarca, gritando por las calles de Siracusa, ¡Eureka, eureka!, lo que quiere decir ¡lo hallé, lo halle!

6. Epitafio de Diofanto

Un problema de la antología griega, presentado bajo la forma curiosa de un epitafio:

"¡Caminante!
Aquí fueron sepultados los restos de Diofanto.
Y los números pueden mostrar,
¡Oh milagro!, cuan larga fue su vida,
Cuya sexta parte constituyó su hermosa infancia.
Había transcurrido además una duodécima parte de su vida,
cuando de vello cubrióse su barbilla
Y la séptima parte de su existencia transcurrió en un matrimonio estéril.
Pasó un quinquenio más y le hizo dichoso el nacimiento de su precioso primogénito,
Que entregó su cuerpo, su hermosa existencia, a la tierra,
que duró tan solo la mitad de la de su padre
Y con profunda pena bajó a la sepultura,
habiendo sobrevivido cuatro años al deceso de su hijo!
Dime cuantos años había vivido Diofanto cuando le llegó la muerte

En el lenguaje del álgebra, el epigrama de antología, sería traducido por la ecuación de primer grado:

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 = x$$

6 12 7 2

en la cual, *x* representa el número de años que vivió Diofanto.

7. Ptolomeo

Ptolomeo, célebre astrónomo griego. Nació en Egipto en el siglo II y contribuyó mucho con sus estudios, en el desarrollo de la matemática y la geografía. Admitía que la Tierra era fija y localizada en el centro de nuestro sistema, escribió una obra para probar que el espacio no podía tener más de tres dimensiones.

8. Muerte de Arquímedes

Arquímedes poseía, dice Marlet, en alto grado, todas las cualidades de un gran guerrero: la seguridad, la decisión. Aparte del caso de la corona de Hierón, el episodio, sin dudas, el más citado de la carrera de Arquímedes fue el del aparato formado por espejos cóncavos, con el cual, por la concentración de los rayos solares, consiguió incendiar los navíos romanos que pasaban cerca de su alcance, haciendo incidir sobre ellos "un rayo ardiente y destruidor".

Lo cierto es que, por tres años, luchó Marcelo en vano contra la resistencia pertinaz de los siracusanos. La fuerza romana no lograba vencer al ingenio de Arquímedes.

Siracusa sólo fue tomada porque cierto día, ocupados en una fiesta solemne en homenaje a Diana, los habitantes dejaron desguarecido uno de los lados de la muralla. Los romanos, que la víspera habían sufrido un serio revés, se aprovecharon del descuido e invadieron la ciudad, que fue así, tomada y sometida a saqueo.

Se cuenta que Arquímedes estaba absorto en el estudio de un problema, para cuya solución había trazado una figura geométrica en la arena.

Un legionario romano lo encontró y le intimó a comparecer a la presencia de Marcelo. El sabio le pidió que esperase algún momento, para que pudiese concluir la demostración que estaba haciendo.

Irritado por no ser inmediatamente obedecido, el sanguinario romano, de un golpe de espada, postró sin vida al mayor sabio de su tiempo.

Marcelo, que había dado órdenes en el sentido de cuidar la vida de Arquímedes, no ocultó el pesar que sintió al saber la muerte del genial adversario. Sobre la losa de su tumba que erigió, Marcelo mandó grabar una esfera escrita en un cilindro, figura que recordaba un teorema del célebre geómetra.
Arquímedes, cuyo nombre es un patrimonio de la ciencia, probó cuanto puede la inteligencia humana puesta al servicio de un genuino patriotismo.

9. Lugar para el 6

Tomemos el número 21578943 en el cual figuran todos los dígitos significativos con excepción del seis.
Si multiplicamos ese número por 6, vamos a obtener un resultado muy interesante. Es un número formado por todos los dígitos, inclusive el propio 6.

$$21578943 \times 6 = 129473658$$

Un curioso de las transformaciones numéricas observó que los dígitos mudaron de posición de modo de permitir que el 6 pudiese aparecer en el producto. Fue, al final, una especie "gentileza" que los dígitos del multiplicando quisieron hacer al dígito único del multiplicador.

10. Cono truncado

Hay ciertas figuras geométricas completamente olvidada por los escritores y es por eso que no aparecen citadas en los trabajos literarios. La pirámide truncada, por ejemplo, es una forma poco apreciada.
Entre los cuerpos redondos, encontramos el tronco de cono citado con admirable precisión por Menotti del Picchia en el romance *Laís: "alrededor, los chiquillos le habían la nieve azucarada enconos truncados de beiju" (p.13, 5ta ed.)*
ese mismo escritor, en el libro "Diente de oro" (p. 136), dejó caer de su pluma esta figura interesante: *dos cipreses cónicos, paralelos*...
Sería interesante observar esas dos figuras crónicas paralelas. El paralelismo, naturalmente se verifica entre los ejes de los dos conos.

11. Sofisma algebraico

$$2 = 3$$

Vamos aprobar que el número 2 es igual a 3.
Tomemos la igualdad:

$$2 - 2 = 3 - 3$$

La expresión 2 - 2 puede ser escrita de la forma 2(1 - 1), y la diferencia 3 - 3 es equivalente a 3(1 - 1). Tenemos entonces:

$$2\ (1 - 1) = 3\ (1 - 1)$$

Cancelando en ambos miembros de esa igualdad el factor común tenemos:

$$2 = 3$$

resultado que obviamente expresa un absurdo.

Observación

El error del sofisma consiste en dividir los miembros de un igualdad por 1 -1, esto es por 0, operación que no está permitida en álgebra.

12. Elogio a la matemática

Sin la matemática, no podría haber astronomía; si los maravillosos recursos de la astronomía, sería completamente imposible la navegación. Y la navegación fue el factor máximo de progreso de la humanidad.

Amoroso Costa

13. La línea recta

Encontraremos en los "Elementos" de Euclides, que es la obra clásica de la geometría, las siguientes definiciones.

> *Línea es una cantidad solamente larga, esto es, sin ancho ni grosor.*
> *Línea recta es la que corre derecha de un extremo a otro, sin torcer para ninguna parte*[50]*.*

Es evidente que las definiciones en livianas no pueden resistir a una crítica medianamente severa, por eso que no satisfacen los requisitos que se exigen para una buena definición. Los conceptos de largo y de ancho, los cuales Euclides utilizó para definir la recta, no pueden ser comprendidos sin que previamente se haya fijado el concepto general de línea[51].

Es interesante señalar, sin embargo, las diversas interpretaciones dadas por los autores a las definiciones del geómetra griego.

Max Dimon, para la definición de la recta adoptó el siguiente enunciado[52]: *recta es la curva que se conserva igual en todos sus puntos*.

Arquímedes pretendía definir la recta como siendo la distancia más corta entre dos puntos. Ésa definición, enunciada por Legendre, tiene gran aceptación; en tanto la definición arquimediana aparece deformada por el círculo vicioso en el que está presa. ¿Cómo afirmar el concepto de distancia independientemente de la noción de recta?[53]

La fijación de realidades iniciales en que se detiene el trabajo del sabio, el principio racional se ejerce siempre bajo la forma negativa, reservando a la experiencia, el papel positivo. Que desde inicio de la especulación geométrica, la experiencia halla intervenido de modo decisivo, es lo que testimonia la definición de recta conservaba

---

[50] Esos enunciados fueron reproducidos en la traducción portuguesa de los Elementos, publicada en 1735 por el padre Manuel Campos SJ

[51] La llamada definiciones euclidianas no pasan, al fin y al cabo, de descripciones más o menos imperfectas, basadas en datos intuitivos

[52] Encontramos en Ugo Amaldi, *La retta é quella linea che giace sui suai punti in modo uniforme.* Cf. Questioni riguardanti le Matematiche Elementari, 1 vol. p.43.

[53] *Questa definizione (de Legendre) ebbe il medesimo largo successo degli Elernents de Géometrie. Ma sono sen'zaltro manifesti i difetti che essa presenta, se non é associam ad un opportuno sistema di postulati, i quali determinando, independentemente della retta N concetto di lunghezza, rendendo possibile il confronto, rispeito di lunghezza di linee diverse e siabiliscano l''esistenza e 1'ucinita dei minimo, Ugo Amaldi, op. cit. p. 45.*

en la Parménide de Platón: "se llama recta a la línea cuyo medio está colocado sobre el trayecto entre sus todos los despedidos extremidades".

Esta definición no es la invención ingeniosa de un teórico, es absolutamente práctica. "A fin de asegurar la rectitud de la línea trazada, sea ya de tal forma que el ojo es la extremidad de la línea como hace un sargento para aliviar sus hombres. Corregidos todos los desvíos que se pudieran apreciar, la línea se reduce a un punto; esta es la recta[54]".

Leibniz daba para la recta una definición basada en la idea del movimiento: "la recta es una línea tal que basta que inmovilicemos dos puntos para que todo los otros puntos, también queden inmóviles[55]".

Se citan también, entre las definiciones presentadas para la recta, las siguientes:

- recta es una línea que es dividida por un punto en dos partes iguales
- recta es la línea que divide el plano en dos partes que coinciden por superposición

Esta última, atribuida a leibniz, presenta el grave inconveniente de subordinar la definición de recta al concepto de plano; la otra expresa una propiedad que se observa igualmente en una hélice cilíndrica.

14. Los dígitos

Es interesante observar, a través de los documentos antiguos, cómo evolucionan los dígitos antes que llegaran a las formas definitivas que hoy presentan.

Por los cuadros que damos en la página siguiente, podemos observar las curiosas transformaciones de los símbolos de los cuales nos servimos de los símbolos de los que nos servimos en el cálculo.

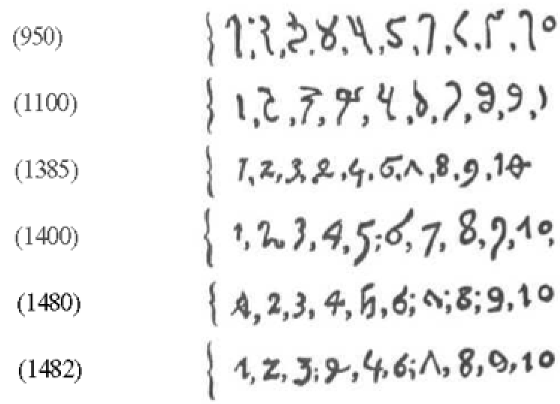
En la primera línea están representados los dígitos indios que eran usados en el siglo X. El 6 parecía un 5 y el 5 recordaba perfectamente al cuatro moderno. Esos dígitos (4, 5 y 6) se remontan tal vez a 150 años a. C.

en la segunda línea, encontramos los dígitos árabes que se usaban en el siglo XII. El 7 difiere mucho del árabe moderno pero se aproxima a la forma que tiene actualmente.

---

[54] L. Brunschvicg, *Les étapes de la philosophie mathérnatique*, 1929, p. 504.

[55] La línea no podrá ser definida si no por sus propiedades, para la comprensión de las cuales se torna indispensable una apelación a la intuición directa. Cf. C. Conseth, *Les Fondements des mathématiques*, 1926, p.5.



Ya en el siglo 15, como podemos observar en la tercera línea, los dígitos tienden a formas más simples; el 8 y el 9 y los tres primeros (1, 2 y 3) aparecen nítidamente con sus trazos bien definidos.

15. El problema del ajedrez[56] (Malba Tahan)

> *Cuenta una antigua leyenda que Lahur Sessa ofreció al rey Iodava, señor de Taligana, un juego de ajedrez que él había inventado. El monarca, encantado con el maravilloso presente, quiso dar a Sessa una recompensa.*

Y dirigiéndose al joven brahmán le dijo:

- Quiero recompensarte, mi amigo, por este maravilloso presente de que tanto me ha servido de alivio para viejas angustias. Dime pues, para que yo pueda, por una vez, demostrar cuán grato soy con aquellos que se muestran dignos de premios.

Las palabras con que el rey traducía el generoso ofrecimiento dejaron a Sessa imperturbable. En su fisonomía serena no se mostró ninguna emoción, ni la más insignificante muestra de alegría o sorpresa. Los visires le observaban atónitos y se miraban entre ellos pasmados frente la apatía de Sessa, de cara a la libre expresión de codicia que se le permitía.

---

[56] Incluimos aquí solo la parte final de un cuento de Malba Tahan, titulado "Recompensa de Sessa", del libro "*Leyendas del oasis*"

- ¡Rey poderoso!, exclamó el joven. Nada deseo por el presente que hoy el traje, otra recompensa, más allá de la satisfacción de haber proporcionado al señor de Taligana un pasatiempo agradable y que le viene a aligerar las largas horas de tristeza abrumante. Ya estoy, por lo tanto, sobradamente recompensado y cualquier otra recompensa sería excesiva.

Sonrió desdeñosamente el buen soberano al oír aquella respuesta que reflejaban un desinterés tan raro entre los ambiciosos indios. Y no creyendo en la sinceridad de las palabras de Sessa, insistió:

- ¡Me causa asombro su simplicidad y su desamor por los bienes materiales! La modestia cuando es excesiva, es como el viento que apaga la antorcha, dejando al viajero en medio de una noche interminable. Para que un hombre pueda vencer los múltiples obstáculos que le presentará la vida, necesita tener un espíritu enraizado en una ambición que le encamine a cualquier ideal. Exijo por tanto, que escojas, sin más demora, una recompensa digna de su valiosa oferta. ¿Quieres una bolsa llena de oro? ¿Deseas una cara repleta de joyas? ¿Ya pensaste en poseer un palacio? ¿Ansías la administración de una provincia? ¡Aguardo respuesta ya que mi promesa está ligada a mi palabra!

- Recusar vuestro ofrecimiento después de vuestras últimas palabras, respondió Sessa, sería menos una descortesía que una desobediencia al rey. Voy pues a aceptar por el juego que inventé una recompensa que corresponda a vuestra generosidad; no deseo, con todo, mi oro ni tierras ni palacios. Quiero mi pago en granos de trigo.

-¿Granos de trigo?, exclamó el rey sin ocultar el espanto que le causaba semejante propuesta. ¿Cómo podré pagarte con tan insignificante moneda?

- nada más simple, dijo Sessa. Me darás un grano de trigo por escaque; dos por el segundo; cuatro por el tercero, ocho por el cuarto y así hasta el último escaque del tablero.

Te ruego, ¡oh rey!, de acuerdo con tu magnánima oferta que autorices el pago en granos de trigo tal como lo indiqué.

No solo el rey sino que también los visires y los venerados brahmanes presentes en el salón, se rieron estrepitosamente al oír la extraña solicitud del tímido inventor. La poca ambición que mostraba aquel pedido, en verdad, era para causar asombro, aún a aquél que menos apego tuviese a los lucros materiales de la vida. ¡El joven brahmán, que habría podido obtener del rey un palacio o una provincia se contentaba con algunos granos de trigo!

- ¡Insensato!, exclamó el rey. ¿Dónde aprendiste tanto desamor a la fortuna? la recompensa que me pides es ridícula. Bien sabes que en un puñado de trigo hay un número incontable de granos. Debes comprender por lo tanto que con dos o tres medidas de trigo, yo te pagaré holgadamente de acuerdo a su pedido, por los 64 escaques del tablero. Es cierto pues, que pretende es una recompensa que mal llegará a distraer el hambre del último paria[57] de mi reino, por algunos días. El fin, visto que mi palabra fue dada voy a dar las órdenes para que se haga el pago inmediatamente conforme a su deseo.

Mandó el rey a llamar los calculistas más hábiles de la corte y les ordenó que calculasen la porción de trigo que Sessa pretendía.

Los sabios matemáticos, al cabo de algunas horas de profundos estudios, volvieron al salón para hacer conocer al rey el resultado completo de sus cálculos.

Preguntóles el rey, interrumpiendo el juego:

- ¿Con cuántos granos de trigo podré cumplir, finalmente, con la promesa hecha al joven Sessa?

- Rey magnánimo, declaró el más sabio de los geómetras: calculamos el número de granos de trigo que constituirá la recompensa elegida por Sessa, y obtuvimos un número cuya magnitud es inconcebible para la imaginación humana.

Hallamos en seguida, y con la mayor exactitud, a cuántos sacos correspondería ese número total de granos, y llegamos a la siguiente conclusión: la cantidad de trigo que debe entregarse a Lahur Sessa equivale a una montaña que teniendo por base la ciudad de Taligana, fuese 100 veces más alta que el Himalaya. La India entera, sembrados todos sus campos, y destruidas todas sus ciudades, no produciría en un siglo la cantidad de trigo que, por vuestra promesa, debe entregarse al joven Sessa.

¿Cómo describir aquí la sorpresa y el asombro que esas palabras causaron al rey Iadava y a sus dignos visires? El soberano hindú se veía, por primera vez, en la imposibilidad de cumplir una promesa.

[57] Habitante de la India, de ínfima condición social, fuera del sistema de las castas.

Lahur Sessa –refiere la leyenda de la época-, como buen súbdito, no quiso dejar afligido a su soberano. Después de declarar públicamente que se desdecía del pedido que formulara, se dirigió respetuosamente al monarca y prosiguió:

- Medita, ¡oh rey!, sobre la gran verdad que los brahmanes prudentes tantas veces repiten: los hombres más precavidos, eluden no solo la apariencia engañosa de los números sino también la falsa modestia de los ambiciosos. Infeliz de aquel que toma sobre sus hombros los compromisos de honor por una deuda cuya magnitud no puede valorar por sus propios medios. Más previsor es el que mucho pondera y poco promete.

Y después de ligera pausa, continuó:

- Aprendemos menos con las lecciones de los brahmanes que con la experiencia directa de la vida y de sus lecciones diarias, siempre desdeñadas.

El hombre que más vive, más sujeto está a las inquietudes morales, aunque no quiera. Hállase, ora triste ora alegre; hoy vehemente, mañana indiferente; ya activo, ya indolente; la compostura, la corrección, alternará con la liviandad. Sólo el verdadero sabio, instruido en las reglas espirituales, se eleva por encima de esas vicisitudes, pasando por sobre todas esas alternativas.

Esas inesperadas y sabias palabras quedaron profundamente grabadas en el espíritu del rey. Olvidando la montaña de trigo que, si querer, prometiera al joven brahmán, lo nombró su primer ministro.

Y Lahur Sessa, distrayendo al rey con ingeniosas partidas de ajedrez y orientándolo con sabios y prudentes consejos, prestó los más señalados servicios a su pueblo y a su país, para mayor seguridad del trono y mayor gloria de su patria.

16. La fama de Euclides

la fama que Euclides alcanzó fue incomparable. Basta decir que en nombre de Euclides en su tiempo, menos designaba a la persona del geómetra que al conjunto de sus trabajos científicos. Algunos escritores de la Edad Media llegaron a negar la existencia de Euclides y con el admirable e ingenioso artificio lingüístico, explicaban que la palabra Euclides no pasaba de ser una corrupción de una expresión griega formada por dos palabras que significaban, respectivamente, llave y geometría.

17. El número 100

Escribir una expresión igual a 100 y en la cual figura en, sin repetición, los nueve dígitos significativos.

Hay dos soluciones para este problema:

$$100 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 \times 9$$

$$100 = 91 + 5742/638$$

También podemos escribir el 100 con cuatro números nueve:

$$100 = 99 + 9/9$$

Empleando siete veces el dígito 8, podemos formar una expresión igual al número cien:

$$100 = 88 + 8/8 + 88/8$$

En este género hay una infinidad de pequeños problemas numéricos.

18. Cuadrados mágicos

Tomemos un cuadrado y dividámoslo en 4, 9, 16... cuadrados iguales, los cuales denominaremos casillas.

En cada una de esas casillas, coloquemos un número entero. La figura obtenida será un *cuadrado mágico* cuando la suma de los números que figuran en una columna, o en una línea o sobre una diagonal, es siempre la misma. Ese resultado invariable se denomina *constante* de cuadrado, y el número de casillas de una línea es el *módulo* de cuadrado.

Los números que ocupan las diferentes casillas de un cuadrado mágico deben ser todos diferentes.

El diseño original de Acquarone figura un cuadrado mágico de módulo 3 con una constante igual a 15.

Es oscuro el origen de los cuadrados mágicos. Se cree que la construcción de esas figuras constituía, ya en una época remota, un pasatiempo que tomaba la atención de un gran número de curiosos.

Como los antiguos atribuían a ciertos números propiedades cabalísticas, era muy natural que diese en virtudes mágicas en los arreglos especiales de esos números.

2	9	4
7	5	3
6	1	8

4	5	16	9
14	11	2	7
1	8	13	12
15	10	3	6

Cuadrado mágico y cuadrado hipermágico

Los cuadrados mágicos de módulo impar, escribe Rouse Bali[58], fueron construidos en la India en un período anterior a la era cristiana e introducidos por Moschopoulos, aparecieron en Europa en los primeros años del siglo XV. No pocos astrónomos y físicos de la Edad Media estaban convencidos de la importancia de esos arreglos numéricos. El famoso Cornelio Agripa (1486 - 1535) construyó cuadrados mágicos con los módulos 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9, que representaban simbólicamente, los siete astros que los astrólogos de aquellos tiempos denominaban *planetas:* Saturno, Júpiter, Marte, Sol, Venus, Mercurio y la Luna. Para él el cuadrado con una casilla (módulo 1) teniendo en esa única casilla el número 1, simbolizaba la unidad y la eternidad de Dios, y como el cuadrado con 4 casillas no podía ser construido, él infería de ese hecho la imperfección de los cuatro elementos: el aire, la tierra, el agua y el fuego; posteriormente, añade Rouse Bali, otros escritores afirmaron que ese cuadrado debía simbolizar el pecado original. Agripa, acusado de ejercer hechicería, fue condenado a un año de prisión.

Los orientales, que observaban todos los hechos corrientes de la vida bajo un prima de superstición, creían que los cuadrados mágicos eran amuletos y servían de

[58] Rouse Bali, *Récréations mathématiques*, II vol, p. 156.

protección frente a ciertas molestias. Un cuadrado mágico de plata, colgando del cuello, evitaba el contagio de la peste.

Cuando un cuadrado mágico presentaba cierta propiedad como, por ejemplo, de poder descomponerse en varios cuadrados mágicos, entonces se denomina *cuadrado hipermágico.*

Entre los cuadrados hipermágicos podemos citar lo cuadrados *diabólicos*. Se denominan así a los cuadrados que continúan siendo mágicos cuando transportamos una columna o una línea de un lado a otro.

Entre los cuadrados mágicos singulares, podríamos citar los *bimágicos* y los *trimágicos*.

Se denomina *bimágico* al cuadrado que continúa siendo mágico cuando elevamos todos sus elementos al cuadrado. *Trimágico* es aquel que no pierde su propiedad cuando elevamos sus elementos al cubo.

Para la construcción de los cuadrados mágicos hay diversos procesos[59].

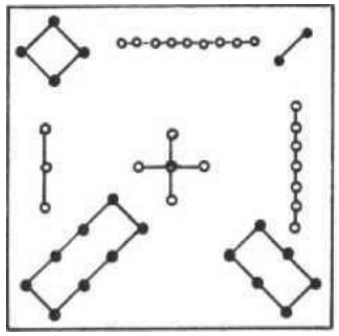
En 1693, Frenicle de Barry publicó un estudio sobre los cuadrados mágicos, presentando una lista completa de 880 cuadrados mágicos de módulo igual a 9.

Fermat, famoso matemático francés, hizo también admirables estudio sobre cuadrados mágicos.

Entre los que contribuyeron en el desarrollo de la teoría de los cuadrados mágicos, debemos citar a Euler, que consagró varias memorias a esa curiosa recreación matemática.

A continuación entregamos un cuadrado mágico muy interesante de origen chino y que parece remontarse a 2800 años antes de Cristo. Es interesante señalar que en ese cuadrado mágico chino, los números no son representados por dígitos, sino que por colecciones de objetos.

[59] Para un estudio mas completo, indicamos M. Kraitchik: *Trailé des magiques:* Gauthier, Villar 1930.



19. Origen del signo de división (:)

Las formas "*a/b*" y "$\frac{a}{b}$", indicando la división de *a* por *b* se atribuyen a los árabes; Oughtred, en 1631, colocaba un punto el dividendo y el divisor.

La razón entre las dos cantidades está indicada por el signo ":", que apareció en 1657 en una obra de Oughtred. El signo "÷", según Rouse Bali, resultó de una combinación de los dos signos existentes, "-" y ":".

20. La mujer que se sacrificó por la belleza de la ciencia (Luis Freire)

El sabio matemático portugués, Gomes Teixeira, en una bella conferencia sobre Mme. de Kovalewski, cuenta que oyó de la esposa de Kownigsberger, el primer profesor de Sofía: "Me decía que Sonja había estado en su casa poco tiempo después de ser coronada por la Academia de Ciencias de París, y que debiendo estar llena de satisfacción y orgullo por haber conseguido una distinción tan elevada, que muchos hombres desean y pocos la consiguen, estaba triste y desalentada, llegando a decir que las mujeres no debían ocuparse de las cosas de la ciencia, que su destino natural es otro, que las matemáticas son mucho más arduas para los cerebros femeninos y, en fin, que la ciencia no le daba la felicidad".

Le pregunté si era hermosa y si tenía una mirada sugestiva, muy celebrada por sus biógrafos, y me respondió: "Era muy gentil cuando vino a Heidelberg; tenía la fisonomía viva y dulce, ojos maravillosos y lindos cabellos, pero últimamente había perdido muchos de sus encantos a causa de una dolencia nerviosa, resultado de los esfuerzos exagerados que hiciera para vencer las dificultades de las cuestiones tan elevadas que se ocupó; tanto fue así que el rostro se le había arrugado, su aspecto se tornó un poco duro, los ojos habían disminuido de brillo y los cabellos mal peinados habían perdido su antigua belleza".

Y Gomes Teixeira confiesa con sinceridad:

- Me impresionó lo que oí. Causa dolor ver una mujer de tanto valor, después de haber sacrificado a la ciencia, su belleza, su salud y su alegría y aunque ya está cerca del fin de su vida, se lamenta por no haber sido verdaderamente mujer y exclamar, como un grito de dolor, que la ciencia no le trajo felicidad.

"La gloria de haber sido la discípula predilecta de Weierstrass la perdió, porque tuvo que subir a regiones elevadas y difíciles de la ciencia, donde el trabajo exigió de ella, meditación profunda y exacta, superior a sus fuerzas físicas.

"Como un maestro de menor valor, habría trabajado en campos científicos mas modestos, en que su espíritu, lleno de talento e imaginación, habría de cosechar resultados notables sin tan exagerado esfuerzo. (Mayores detalles de la vida de Sonja Kovalewski y su relación con Weierstrass, en *http://www.librosmaravillosos.com/grandesmatematicos/capitulo22.html*)

21. La numeración entre los salvajes (Raja Gabaglia)

Los tamanis del Orinoco tienen nombres de etimología desconocida para los números mas allá de cuatro[60]; ya el número cinco se expresa por una palabra que significa en lengua corriente, *mano entera*; para indicar seis, emplean la expresión *uno de la otra mano*; el siete, *dos de la otra mano*. Y así van formando sucesivamente los números hasta diez, que es designado por las palabras *dos manos*.

Para el número once, presentan las dos manos y muestran un pie, enunciando una frase que podríamos traducir *uno del pie*, y doce sería *dos del pie*; y así consecuentemente, hasta quince, que corresponderá precisamente a la frase: *un pie entero*.

El número dieciséis tiene una formación interesante, pues es indicado por la frase *uno del otro pié*; pasando a diecisiete dirían *dos del otro pie*, y del mismo modo irían formando los otros números enteros, hasta veinte, que es *tevin itóto*, esto es, *un indio*.

[60] Tylor, *Primitive Culture*

El número siguiente a *tevin itóto*, o veintiuno, es para los niños del Orinoco, *uno de la mano de otro indio*.

Un método semejante es usado entre los groenlandeses, para quienes el numeral cinco es *tatdiimat* (mano); seis es *arfinek ottausek*, uno sobre la otra mano; veinte es *inuk navdlugo*, un hombre completo. Vale la pena citar aquí, como otra curiosidad, la manera que los naturales de Groenlandia expresan el número cincuenta y tres. Ese número es expresado por una frase que literalmente dice: ¡*tres dedos del primer pie del tercer hombre*!

En gran número de tribus brasileñas[61]: cairiris, caraíbas, carajás, coroados guakis, juris, omaguas, tupis, etc. aparecen los dígitos con algunas variantes; los omaguas usan la palabra *pua*, que significa *mano*, para expresar también el número 5 y con la palabra *puapua* indican diez; los juris, con la misma frase indican indiferentemente *hombre* o cinco. Según Balbi, los guaraníes dicen *po-mocoi* (dos manos) para diez y *po-petei* (una manos), para cinco.

En Bakahiri[62] hay nombres *especiales* para designar los números uno, dos y tres; el cuatro es formado por la expresión *dos y dos*; el cinco, por la expresión que significa *dos y dos y uno*; análogamente forman el número seis diciendo *dos y dos y dos*.

De ese número (6) en adelante, se limitan a mostrar todos los dedos de la mano (como hacían con los primeros números) y después todos los dedos de los pies, estirándolos lentamente, dedo por dedo, demorándose en el dedo correspondiente al número. Es un ejemplo admirable de un lenguaje donde el gesto indica el número, no habiendo vocablos propios, sino que solo para los tres primeros cardinales.

Aún hay dudas relación a la existencia de vocablos especiales para esos primeros (uno, dos y tres), pues Von den Steinen declara que en su primer viaje oyó el numeral tres expresado por una palabra que significaba, propiamente, *dos y uno*; pero mas tarde, en 1887, al realizar un segundo viaje, oyó el mismo número (3), indicado por otra forma, pero no consiguió establecer su etimología.

---

[61] Marti us, Qloesaria liguarum braslium.

[62] Según Von den Steinen, que los analizó cuidadosamente, como mas tarde probó el erudito J. Capistrano d'Abreu, estudiando a misma lengua. (Nota de Raja Gabaglia.)

22. La geometría

- Una geometría no puede ser más verdadera que otra; solo podrá ser más cómoda (H. Poincaré)
- La geometría hace que podamos adquirir el hábito de razonar, y ese hábito pude emplearse, entonces, en la búsqueda de la verdad y ayudarnos en nuestra vida (Jacques Bernoulli)
- Entre dos espíritus iguales, puestos en las mismas condiciones, aquél que sabe geometría es superior al otro y adquiere un vigor especial (Pascal)

23. Los grandes geómetras (Omar Khayyam)

Los árabes trajeron, desde el siglo IX al período del Renacimiento, grandes contribuciones al progreso y desarrollo de la matemática.

Para apreciar correctamente el trabajo de los sabios mahometanos, debemos analizarlo bajo dos prismas distintos. En primer lugar, destacaremos las traducciones que hicieron de las obras antiguas de los grandes filósofos y matemáticos griegos, ya que a través de ellas, iniciadas durante el reinado de Al-Mamum[63], la Europa cristiana llegó a conocer a los genios de Arquímedes, Ptolomeo, Euclides y Apolonio.

Y además de eso, los geómetras árabes enriquecieron la ciencia con un gran número de investigaciones y descubrimientos, cuya originalidad ha sido muchas veces acentuada por los historiadores.

Y el trabajo de la ciencia árabe solo consiguió alcanzar los centros de cultura de Occidente, después de haber sido vencido por la fuerza irresistible de su valor, la formidable barrera que la rivalidad religiosa hiciera surgir entre cristianos y musulmanes.

Más de una página deberíamos, talvez, consagrar en suplemento de esta nota, si nos dispusiéramos a citar los nombres de todos los grandes matemáticos árabes que se distinguieron y que son mencionados en la historia. Sin embargo, juzgamos que sería más interesante dejar aquí algunos trazos biográficos de un algebrista famoso, Omar Khayyam, que es menos conocido como geómetra que como poeta.

[63] Califa de Bagdad, hijo del famoso sultán Harun-al-Raschid, tantas veces citados en los cuentos de Las mil y una noches.

Omar Khayyam nació en Nishapur en Persia, en 1040[64]. Era hijo de un fabricante de tiendas y de ese oficio surge el apellido "Al-Khayyami[65]" que el poeta conservó como un homenaje a la memoria de su padre.

Cuando aún era muy joven, frecuentaba el aula de un maestro de escuela cuya enseñanza se limitaba a hacer que los discípulos recitasen los 114 artículos (suratas) de El Corán[66]. Tuvo en ese curso dos compañeros de su edad, Nizam Al-Mulk y Hasan Ibn Al-Sabbah, con quienes tuvo una muy buena amistad.

Cierta vez, por broma, hicieron los tres amigos un pacto: aquél que en el futuro ocupase un alto cargo, debería amparar y auxiliar a sus compañeros, de modo que los tres pudiesen participar de la misma prosperidad.

Pasaron varios años y el tiempo, como es natural, dio rumbos diferentes a los destinos de los tres compañeros de infancia. La suerte fue favorable a Nizam Al-Mulk, que después de una rápida carrera, fue escogido para ejercer el prestigioso cargo de gran visir del sultán Alp-Arslan.

El poder que deslumbra y fascina a los más fuertes no hizo que Nizam Al-Mulk olvidara la palabra empeñada a sus compañeros de infancia. Les mandó a buscar y les ofreció cargos de gran importancia en la corte musulmana[67].

Omar Khayyam, que jamás se sentiría movido por la ambición ni por la gloria de las posiciones elevadas, rehusó los ofrecimientos del poderoso visir y se limitó a aceptar un lugar modesto que le permitiese continuar tranquilamente los trabajos literarios y científicos de su predilección.

Poco tiempo después, era Omar Khayyam señalado como uno de los astrónomos más notables de la corte del sultán Malik Shah I. Elaboró, por orden de ese soberano, una reforma al calendario, que entró en vigor en el año 1079.

Entre las obras matemáticas de Omar Khayyam, debemos citar: *Tratado sobre algunas dificultades de las definiciones de Euclides* y las *Demostraciones de los teoremas de álgebra*. esta última, traducida al francés por F. Woepcke tiene el

---

[64] Sobre la fecha de nacimiento de Khayyam, solo hay indicaciones vagas e inciertas Cf. Woepcke. *L'Algebre de Omar Khayyam*, Paris, 1851, p. IV).

[65] Al-Khayyami significa "el fabricante de tiendas”. La forma exacta del nombre de Khayyam ha sido objeto de largas discusiones. Resolvimos mantener la forma Omar Khayyam que el escritor inglés Fitzgerald consagró en su célebre traducción.

[66] Libro sagrado para los musulmanes. Contiene 114 capítulos o suratas, con un total de 6236 versículos.

[67] Hasan Ibn Al-Sabbah, fue nombrado, a pedido de Nizam, en el lugar del camarista, quien quiso traicionar a su amigo y protector, intrigando con el califa. El indigno Hasan (apellidado “El Viejo de la Montaña) fue el fundador de la orden de los *Asesinos*.

siguiente título: *Memoire de sage excelient Ghyath Eddin Aboul Farth Ornar be Ibrahim Alkhayyami de Nichapour (¡que Dieu sanctifique son âmepecieuse!) sur les demonstrations des problèmes de l'Algêbre.*

Omar Khayyam abordó el estudio de las ecuaciones de segundo grado y también investigó una solución gráfica para las ecuaciones de tercer grado.

La obra poética de Omar Khayyam titulada *Rubaiyat*[68], fue escrita en persa, pero ya ha sido traducida a casi todos los idiomas[69]. El simbolismo profundo que nos entrega el Rubaiyat nos permite percibir que Omar Khayyam fue un incrédulo envenenado por el más negro pesimismo. En uno de sus *rubai*:

Cierra tu Corán.
Piensa libre y serenamente,
mirando el cielo y la tierra.
Al pobre que pase,
dale la mitad de lo que posees.
Perdona a todos los culpables.
No entristezcas a nadie.
Y escóndete para sonreír

24. Relatividad (Amoroso Costa)

Si fuésemos transportados, junto con nuestros instrumentos de medida y con todos los objetos que nos rodean, a otra región del espacio, sin que variasen las distancias entre esos objetos, nada nos revelaría semejante mudanza. Esto es lo que muestra el movimiento de traslación de la Tierra, que solo conocemos por la observación de cuerpos exteriores. La expresión "posición absoluta en el espacio", no tiene sentido alguno y solo se debe hablar de posición de un objeto en relación a otros.

Lo mismo diremos de la expresión "grandeza absoluta".

Si todos los objetos fuesen simultáneamente aumentados o disminuidos en cierta proporción, lo mismo con nuestro cuerpo y con nuestros instrumentos, nos pasaría desapercibido: el nuevo universo sería indiscernible del antiguo. No debemos

[68] Plural de la palabra persa *rubai*, que significa cuadros
[69] Hay una traducción al portugués del Dr. Octavio Tarquino de Souza. Al francés, el *Rubaiyat* mereció un admirable veros de Franz Touseaint.

considerar sino relaciones entre las grandezas o entre las distancias. Como dice admirablemente Anatole France: "Las cosas en si mismas no son ni grandes ni pequeñas, y cuando nos encontramos con el universo que es enorme, esa idea es puramente humana. Si fuese reducido súbitamente al tamaño de una avellana, pero todas las cosas conservando sus proporciones, no podríamos percibir ese cambio. La estrella Polar encerrada con nosotros dentro de la avellana, gastaría, como en el pasado, cincuenta años para enviarnos su luz".

25. Amoroso Costa (Luis Freire)

Era Amoroso Costa un benedictino de la matemática. Sus trabajos son verdaderos modelos de arte del bien decir matemático: precisos, concisos, simples y elegantes, de esa elegancia matemática en que Poincaré veía "un sentimiento de belleza, de armonía de los números y de las formas, y que solo los verdaderos matemáticos saben adivinar".

Se nota, en todo lo que hacía Amoroso un especial cuidado de síntesis, que a muchos le podrá parecer exagerado, de aquella síntesis que a "una hora corresponden muchas de análisis".

La perfección lógica de sus trabajos es notable: siempre que podía, reducía al mínimo el número de principios independientes, y por ese trabajo de recurrencia que, en nuestra opinión, se puede medir su espíritu de elite.

Pareciera que procuraba reducir todo al mecanismo del verdadero raciocinio matemático apuntado por Poincaré, como siendo "recurrente".

26. Una frase de Euler (Condorcet)

Euler dejó Petersburgo y se dirigió a Berlín, para donde le llamara el rey de Prusia. Fue presentado a la reina madre; a esta princesa le gustaba conversar con personas eruditas y las acogía con esa familiaridad noble que denota en los príncipes los sentimientos de una grandeza personal, independiente de sus títulos, y se había convertido en un personaje dentro de esa augusta familia: en tanto, la reina de Prusia que solo conseguía obtener monosílabos de Euler, le reprochaba esa timidez, esa vergüenza, que ella juzgaba no merecer: "¿Por qué no queréis, entonces, hablarme?", le preguntó finalmente. "Mi Señora", respondió el sabio, "porque vengo de un país donde se ahorca a quien habla."

27. El álgebra de los indios (Pierre Boutroux)

Al contrario de los sabios griegos, los indios fueron, ante todo, eximios calculistas. De espíritu práctico, no se preocupaban de hacer que las teorías que desarrollaban fuesen rigurosas y perfectas. Para ellos, la verdad, no había una teoría científica en el rigor de la palabra, sólo normas, formulada en versos, y como era muy frecuente, sin demostraciones.

"Me dice, querida y famosa Lilavati", así se expresaba Bhaskara, "tu que tienes los ojos como las gacelas, dime cuál es el resultado de la multiplicación etc." Y a continuación venía la solución del problema propuesto. Nos presenta Bhaskara, de esa forma, un conjunto de normas que contienen "un método fácil de cálculo, claro, conciso, suave, correcto y agradable de estudio". Una simple colección de indicaciones y fórmulas, he aquí por tanto, lo que era la ciencia para los indios; y por eso mismo fueron grandes algebristas.

28. Calculistas prodigios (M. d'Ocagne)

No pocos fueron los calculadores que se volvieron célebres y cuyos nombres son destacados por los algebristas. Citemos los siguientes: Mathieu Le Coq, que con 8 años de edad deslumbró a los matemáticos en Florencia; Mme. Lingré, que efectuaba operaciones complicadísimas en medio del ruido de una animada conversación; al pastor Dinner; el inglés Jedediah Buxton; el americano Zerah Colburn que fue sucesivamente actor, diácono metodista y profesor de lenguas; el esclavo negro Tom Fuller, de Virginia, quien a fines del siglo XVII, murió con 80 años de edad, sin saber leer ni escribir; Dase, que aplicó sus facultades de calculador, las únicas que talvez poseía, a la continuación de los trabajos de tablas de dos divisores primos de Burckbardt, para los números comprendidos entre 7.000.000 y 10.000.000; el pastor siciliano Vito Mangiaveelle; los rusos Ivan Petrov y Mikail Cerebinakov; Vincker, que fue objeto de experiencias notables en la Universidad de Oxford; Jacques Ivandi; el griego Diamandi y muchos otros.

29. Un elogio a la matemática

"Tenemos siempre presente en el pensamiento, aquellas palabras de Lord Balfour, un ensayista incomparable: *El éxito futuro de la industria depende de investigaciones abstractas o científicas del presente, y serán los hombres de ciencias que trabajan para fines puramente científicos, sin ningún instinto de aplicación de sus doctrinas, que la humanidad tendrá que pagar, en tiempos futuros.* Ya Condorcet observaba: *El marinero que debido al cálculo exacto de la longitud, salva del naufragio, debe la vida a una teoría concebida hace ya más de veinte siglos antes por hombres inteligentes que tenían a la vista meras geometrías*[70]*".*

"Gran privilegio del matemático y esta ligazón íntima y misteriosa entre su sueño, que fuera de él, no le interesa a nadie, y las aplicaciones prácticas de ciencia que aproximan la multitud y que aparentemente no están relacionados. Que ese acuerdo entre las especulaciones matemáticas y la vida práctica se explica por medio de argumentos metafísicos o de teorías biológicas, no importa; es un hecho probado por una experiencia de más de veinte siglos."

"Esa certeza de profunda utilidad de su obra le permite al matemático entregarse sin reserva, sin remordimiento, a los placeres de la imaginación creadora, no teniendo a la vista mas que su propio ideal de belleza y de verdad. Se asocia al tributo de admiración y de gloria con que la humanidad homenajea a los sabios cuyos descubrimientos son más accesibles y traen alivio inmediato a los sufrimientos; pero sabe que la obra de un Luis Pasteur, de un Pierre Curie presupone los trabajos de los matemáticos de siglos pasados y tiene la esperanza que un Poincaré suscite en el siglo XXI nuevos Luis Pasteur y Pierre Curie[71]".

Y aún más.

"Cuando los geómetras antiguos estudiaron las secciones cónicas, ¿quién se podría haber imaginado que estas curvas desempeñarían, dos mil años después, el papel central en la astronomía? Cuando Pascal y Fermat lanzaban las bases del cálculo de probabilidades, ¿quién se habría imaginado que un día los teóricos considerarían las

[70] Raja Gabaglia (Femando); Trozo de un discurso pronunciado en el Colegio Pedro II. Mello e Souza, *Geometría Analítica*, p. 132

[71] Emile Borel, "*Sobre Henrique Poincaré*", Revista Brasileña de Matemática, Año 1, n° 12.

leyes de la física como de mayor probabilidad, restándole la rigidez a la ley natural, que nos es familiar?

En torno de ese mismo tema, Matila C. Ghyka traza interesantes consideraciones:

""Algo curioso de ver es que esta correspondencia de las especulaciones matemáticas (como punto de partida, las más paradójicas; como normas, las más arbitraria) con un conocido o inexplorado sector de nuestro universo experimental se produce siempre acompañada, a menudo, de una gran utilidad práctica.

El ejemplo más conocido, al menos entre los ingenieros, es el cálculo de los números imaginarios o complejos. Durante mucho tiempo fue considerado como meras elucubraciones patológicas, resultó ser la única forma de análisis que puede representar exactamente los fenómenos eléctricos de corrientes alternas, y esto, como teoría y como la aplicación técnica. En una nota al capítulo II, enuncié, a propósito de las geometrías de 4 y 5 dimensiones, la curiosa aplicación de las "hiperpirámides de Pascal" al cálculo de las probabilidades. Además, Emilio Borel (*Introducción geométrica a algunas teorías físicas*) se sirve de la geometría de 25 dimensiones para abordar problemas de física molecular."

30. Dualidad: más x, menos x (Pontes de Miranda)

Núcleos, electrones... +x-x... la dualidad, el par, el equilibrio...equipartición de la energía... repartición homogénea, simétrica... de nivel sexángula...el surgir del pentágono... el milagro de la sección áurea... menor acción... La lucha de la vida contra la monotonía... Una ley contra otra ley... El 2 y el 3...

Los cristales, la química orgánica...el pentámetro de las flores, el fondo de los mares, el hexapétalo de los lirios... el espejo griego...los vasos griego...kilix.

(Del libro *El Sabio y el Artista*)

31. Origen de los números fraccionarios (Amoroso Costa)

La creación de los números fraccionarios resulta de la consideración de objetos que se pueden subdividir, o de ciertas magnitudes continuas, como la distancia y la duración.

Los egipcios practicaban con habilidad el cálculo de las fracciones, como nos muestra el famoso manual elaborado por el sacerdote Ahmés en una época en los historiadores la sitúan entre los años 2000 y 1600, y que es parte de la colección Rhind, en el Museo Británico de Londres.

Se encuentra en ese papiro, anterior a Tales por lo menos diez siglos, una tabla para la descomposición de ciertas fracciones en suma de fracciones cuyos numeradores son iguales a la unidad. Con su auxilio, Ahmés resuelve problemas complicados; aquél por ejemplo, que en lenguaje moderno enunciaríamos en los siguientes términos: "Dividir 100 panes entre 5 personas, en partes con diferencias crecientes iguales, y de modo que la suma de las dos partes menores sea igual al séptimo de la suma de las otras tres."

Lo que caracteriza ese tratado es la ausencia completa de consideraciones teóricas, desarrollando las operaciones sin justificación alguna. Si el libro de Ahmés reproduce, como todo lo hace creer, la educación de los matemáticos egipcios, la aritmética no pasaba de una colección de recetas extremadamente ingeniosas.

Como se ve, el uso de las fracciones viene de la remota antigüedad. Su teoría, sin embargo, es mucho más reciente y sólo en los tiempos modernos fueron admitidas como verdaderos números. A este respecto, Diofanto es un precursor, cerca del año 300 de nuestra era. Los geómetras clásicos, entre ellos, Euclides, en su teoría de las proporciones, consideraban las fracciones como nombres de relaciones entre números.

Desarrollado mas tarde en la India, por ahí por el siglo IV, el cálculo de las fracciones fue llevado a Occidente por los árabes.

Solo mil años después, es que aparece en la *Aritmética* de Stevin (1585), una exposición completa del cálculo de los *numeri rupti*, extensión de las operaciones fundamentales ya practicadas sobre los enteros.

La contribución contemporánea a la teoría de las fracciones está sobre todo en la elaboración de su lógica formal, disipando las últimas dudas que la interpretación de los números fraccionarios constituyen finalmente las dos subclases en que se reparten los números racionales.

32. Frases célebres

Leibniz. *La matemática es la honra del espíritu humano.*

Hilbert. *En las cuestiones matemáticas no se comprende ni la incerteza ni la duda y tampoco se pueden establecer diferencias entre las verdades a medias y las verdades de alto grado.*

Cauchy. *Lis signos + y - modifican la cantidad de adelante de la cual son colocados, como un adjetivo modifica el sustantivo.*