	COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003	MATEMATICAS I 1º BACHILLERATO EVAL: 1ª FECHA: 6-3-2017	
NOMBRE			

<u>Ejercicio 1:</u>

Vamos a resolver el *problema del tesoro* en un caso particular. Sigue las instrucciones hasta llegar al tesoro (te aconsejo que vayas dibujando lo que vas haciendo para tener más claro el proceso):

Supongamos un sistema de referencia en el que el pino *(P)* es el origen de coordenadas *(0, 0)*, el abeto *(A)* es el punto *(6, 0)* y la horca *(H)* es el punto *(3, 4)*.

1. **Calcula la recta que pasa por *P* y por *H* y a continuación la recta perpendicular *(r)* a ésta que pasa por *P*.**

$$r_{PH}: \begin{cases} P(0,\ 0) \\ \vec{d}(3,4) \rightarrow m = \dfrac{4}{3} \end{cases} \qquad \rightarrow y = \frac{4}{3}x$$

$$r\ : \begin{cases} P(0,\ 0) \\ m = \dfrac{-3}{4} \end{cases} \qquad \rightarrow y = \frac{-3}{4}x$$

2. **Calcula la ecuación de la circunferencia *(C1)* de origen *P* y radio igual a la distancia de *P* a *H*.**

$$d(P,H) = \sqrt{16+9} = 5$$

$$C\left[(0,0);5\right]: x^2 + y^2 = 25$$

3. **Corta *r* con *C1*. Te saldrán dos puntos. Sabiendo que el giro es a la izquierda elige qué punto es la estaca *E*.**

$$\left.\begin{matrix} y = \dfrac{-3}{4}x \\ x^2 + y^2 = 25 \end{matrix}\right\} \rightarrow x^2 + \left(\frac{-3}{4}x\right)^2 = 25 \rightarrow 16x^2 + 9x^2 = 400$$

$$\rightarrow 25x^2 = 400 \rightarrow x^2 = 16 \rightarrow x = \pm 4$$

$$x = 4 \rightarrow y = -3$$

$$x = -4 \rightarrow y = 3$$

$$\textit{Como el giro es a la izquierda } \boxed{E_1(4,-3)}$$

Colegio itálica Sevilla	COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003	MATEMATICAS I 1º BACHILLERATO EVAL: 1ª FECHA: 6-3-2017	
NOMBRE			

4. Calcula la recta que pasa por A y por H y a continuación la recta perpendicular (s) a esta que pasa por A.

$$r_{AH}:\begin{cases} A(6,\ 0) \\ \vec{d}\,(3,-4)\rightarrow m=\dfrac{-4}{3}\end{cases} \rightarrow y=\frac{-4}{3}(x-6)\rightarrow 4x+3y-24=0$$

$$s\ :\begin{cases} A(6,\ 0) \\ m=\dfrac{3}{4}\end{cases} \rightarrow y=\frac{3}{4}(x-6)\rightarrow 3x-4y-18=0$$

5. Calcula la ecuación de la circunferencia $(C2)$ de origen H y radio igual a la distancia de A a H.

$$d(A,H)=\sqrt{16+9}=5$$

$$C\left[(6,0);5\right]:(x-6)^2+y^2=25\rightarrow x^2+y^2-12x+11=0$$

6. Corta s con $C2$. Te saldrán dos puntos. Sabiendo que el giro es a la derecha elige qué punto es la estaca $E2$.

$$\left.\begin{array}{r} y=\dfrac{3x-18}{4} \\ x^2+y^2-12x+11=0\end{array}\right\}\rightarrow x^2+\left(\frac{3x-18}{4}\right)^2-12x+11=0\rightarrow$$

$$\rightarrow 16x^2+9x^2+324-108x-192x+176=0$$

$$\rightarrow 25x^2-300x+500=0\rightarrow x^2-12x+20=0$$

$$x=\frac{12\pm\sqrt{144-80}}{2}=\frac{12\pm 8}{2}=\begin{cases}10\\2\end{cases}$$

$$x=2\rightarrow y=-3$$

$$x=10\rightarrow y=3$$

$$Como\ el\ giro\ es\ a\ la\ derecha\ \boxed{E_2(2,-3)}$$

7. El tesoro (T) está en el punto medio entre las estacas.

$$\left.\begin{array}{r} E_1(4,-3) \\ E_2(2,-3)\end{array}\right\}\rightarrow T\left(\frac{4+2}{2},\frac{-3-3}{2}\right)\rightarrow \boxed{T(3,-3)}$$

Colegio itálica Sevilla	COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003	MATEMATICAS I 1º BACHILLERATO EVAL: 1ª FECHA: 6-3-2017	
NOMBRE			

<u>Ejercicio 2:</u> Se consideran las rectas *r* y *s* siguientes:

$$r:\frac{x-2}{3}=\frac{y}{-2} \qquad s:3x-y+5=0$$

a) Calcula el ángulo que forman las rectas *r* y *s*

$$\vec{d}_r(3,-2) \quad \vec{d}_s(1,3)$$

$$\left(\widehat{r,s}\right)=\left(\widehat{d_r,d_s}\right)=arc\cos\frac{\left|\vec{d}_r\cdot\vec{d}_s\right|}{\left|\vec{d}_r\right|\cdot\left|\vec{d}_s\right|}=arc\cos\frac{|3-6|}{\sqrt{9+4}\cdot\sqrt{1+9}}=arc\cos 0'175=74^{o}\,44'\,42''$$

b) Halla el lugar geométrico de los puntos P que equidistan de las rectas *r* y *s*.

$$r:\frac{x-2}{3}=\frac{y}{-2}\rightarrow -2x-3y+4=0$$
$$s:3x-y+5=0$$

$$P(x,y)\,/\,d(P,r)=d(P,s)$$

$$\frac{|-2x-3y+4|}{\sqrt{4+9}}=\frac{|3x-y+5|}{\sqrt{9+1}}\rightarrow |-2x-3y+4|=1'14|3x-y+5|$$

$$\begin{cases} -2x-3y+4=3'42x-1'14y+5'7\rightarrow \boxed{b_1:5'42x+1'86y+1'7=0} \\ -2x-3y+4=-3'42x+1'14y-5'7\rightarrow \boxed{b_2:-1'42x+4'14y-9'7=0}\end{cases}$$

	COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003	MATEMATICAS I 1º BACHILLERATO EVAL: 1ª FECHA: 6-3-2017	
NOMBRE			

c) Calcula el punto simétrico de *P(2, -3)*, respecto de la recta *s*.

$s: 3x - y + 5 = 0 \qquad P(2, -3)$

$1^o)$ *Calculamos la recta t que pasa por P y es perpendicular a s:*

$\vec{d_s}(1, 3) \rightarrow \vec{d_t}(3, -1)$

$t: \dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y+3}{-1} \rightarrow -x + 2 = 3y + 9 \rightarrow \boxed{x + 3y + 7 = 0}$

$2^o)$ *Calculamos el punto O de corte entre s y t:*

$$\left.\begin{array}{r} 3x - y = -5 \\ x + 3y = -7 \end{array}\right\} \xrightarrow[E_2+3E_1]{} \left.\begin{array}{r} 3x - y = -5 \\ 10x = -22 \end{array}\right\} \longrightarrow \left.\begin{array}{r} 3x - y = -5 \\ x = -2'2 \end{array}\right\} \longrightarrow \left.\begin{array}{r} y = -1'6 \\ x = -2'2 \end{array}\right\}$$

$\boxed{O(-2'2, -1'6)}$

$3^o)$ $P'(x, y)$ *verifica que O es el punto medio de* $\overline{PP'}$:

$$\left.\begin{array}{r} \dfrac{x+2}{2} = -2'2 \\ \dfrac{y-3}{2} = -1'6 \end{array}\right\} \longrightarrow \left.\begin{array}{r} x = -6'4 \\ y = -0'2 \end{array}\right\} \qquad \boxed{P'(-6'4, -0'2)}$$