	COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003	MATEMATICAS APLICADAS II 2º BACHILLERATO EVAL: 3ª FECHA: 23-3-2017	
NOMBRE			

Ejercicio 1:

Los beneficios de una empresa, en miles de euros, han evolucionado en los 25 años de su existencia según una función del tiempo, en años, dada por la siguiente expresión:

$$B(t)=\begin{cases} 4t & si \quad 0\le t<10 \\ -\dfrac{1}{5}t^2+8t-20 & si \quad 10\le t\le 25 \end{cases}$$

a) **Estudie la continuidad y derivabilidad de *B* en el intervalo [0, 25].**

Continuidad:

$y=4t$ *es continua en* $\mathbb{R}\rightarrow B$ *es continua en* $[0,10)$

$y=-\dfrac{1}{5}t^2+8t-20$ *es continua en* $\mathbb{R}\rightarrow B$ *es continua en* $(10,\ 25]$

$\underline{t=10|}$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{t\to 10^-} B(t)=\lim\limits_{t\to 10}(4t)=40 \\ \lim\limits_{t\to 10^+} B(t)=\lim\limits_{t\to 10}(-\dfrac{1}{5}t^2+8t-20)=40 \\ B(10)=40 \end{array}\right\} B \ \ es \ \ continua \ \ en \ t=10$$

Derivabilidad:

$$B'(t)=\begin{cases} 4 & si \quad 0<t<10 \\ -\dfrac{2}{5}t+8 & si \quad 10<t<25 \end{cases}$$

$y=4$ *es continua en* $\mathbb{R}\rightarrow B$ *es derivable en* $(0,10)$

$y=-\dfrac{2}{5}t+8$ *es continua en* $\mathbb{R}\rightarrow B$ *es derivable en* $(10,\ 25)$

$\underline{t=10|}$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{t\to 10^-} B'(t)=\lim\limits_{t\to 10}(4)=4 \\ \lim\limits_{t\to 10^+} B'(t)=\lim\limits_{t\to 10}(-\dfrac{2}{5}t+8)=4 \end{array}\right\} B \ \ es \ \ derivable \ \ en \ t=10$$

Por tanto, B es continua y derivable en dicho intervalo

b) Estudie la monotonía de esta función y determine en qué año fueron mayores los beneficios de esta empresa y cuál fue su beneficio máximo.

$$B'(t)=\begin{cases} 4 & si \quad 0<t<10 \\ -\frac{2}{5}t+8 & si \quad 10<t<25 \end{cases}$$

$$-\frac{2}{5}t+8=0 \rightarrow \frac{2}{5}t=8 \rightarrow t=20$$

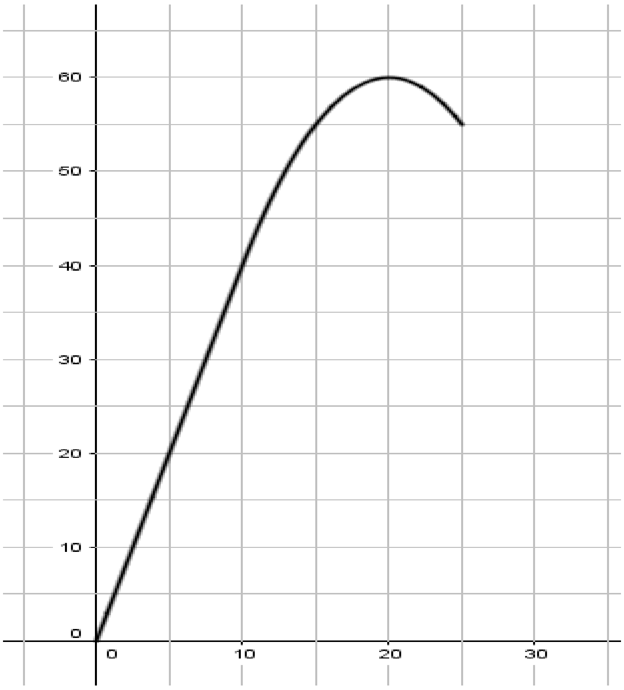
	$(0, 10)$	$(10, 20)$	$(20, 25)$
4	$+$	X	X
$-\frac{2}{5}t+8$	X	$+$	$-$
B'	$+$	$+$	$-$
B	$\nearrow$	$\nearrow$	$\searrow$

Hay un máximo en $t=20$

$B(20)=60$

Por tanto el máximo beneficio se produjo a los 20 *años y fué de* $60.000€$

c) Represente gráficamente esta función.



	COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003	MATEMATICAS APLICADAS II 2º BACHILLERATO EVAL: 3ª FECHA: 23-3-2017	
NOMBRE			

Ejercicio 2:

Una fábrica produce entre 1000 y 6000 bombillas al día. El coste diario de producción, en euros, de *x* bombillas viene dado por la función

$$C(x) = 9000 + 0.08x + \frac{2000000}{x} \quad , \quad con \ 1000 \le x \le 6000$$

¿Cuántas bombillas deberían producirse diariamente para minimizar costes? ¿Cuál sería dicho coste?

$$C(x) = 9000 + 0.08x + \frac{2000000}{x} \quad , \quad con \ 1000 \le x \le 6000$$

$C \ es \ continua \ en \ \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow C \ es \ continua \ en \ [1000,\ 6000]$

Por el teorema de Weierstrass alcanza sus extrmos absolutos en dicho intervalo

Dichos extremos se pueden alcanzar en:

1º) *Los extremos del intervalo:*

$x = 1000 \quad , \quad x = 6000$

2º) *Los puntos de derivada nula:*

$$C'(x) = 0.08 + \frac{-2000000}{x^2} = \frac{0.08x^2 - 2000000}{x^2} = 0$$

$$x^2 = \frac{2000000}{0.08} = 25000000 \rightarrow x = 5000$$

3º) *Puntos picudos:*

No hay pues C es derivable en todo el intervalo

$C(1000) = 11.080$

$C(5000) = 9.800$

$C(6000) = 9.813'33$

Por tanto, el mínimo se da produciendo 5000 *bombillas. El coste mínimo es de* 9800€

	COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003	MATEMATICAS APLICADAS II 2º BACHILLERATO EVAL: 3ª FECHA: 23-3-2017	
NOMBRE			

Ejercicio 3:

La función de costes de una fábrica, $f(x)$, en miles de euros, viene dada por la expresión:

$$f(x) = 2x^2 - 36x + 200$$

donde x es la cantidad fabricada del producto, en miles de kilogramos.

a) Determine la cantidad a fabricar para minimizar el coste y calcule este coste mínimo.

$$f(x) = 2x^2 - 36x + 200$$
$$f'(x) = 4x - 36 = 0 \to x = 9$$
$$f(9) = 38$$

Al tratarse de una parabalo convexa $(9, 38)$ *es el mínimo de la función.*

Por tanto deben producirse 9000 *kilos.*

El coste mínimo sera entonces de 38.000€

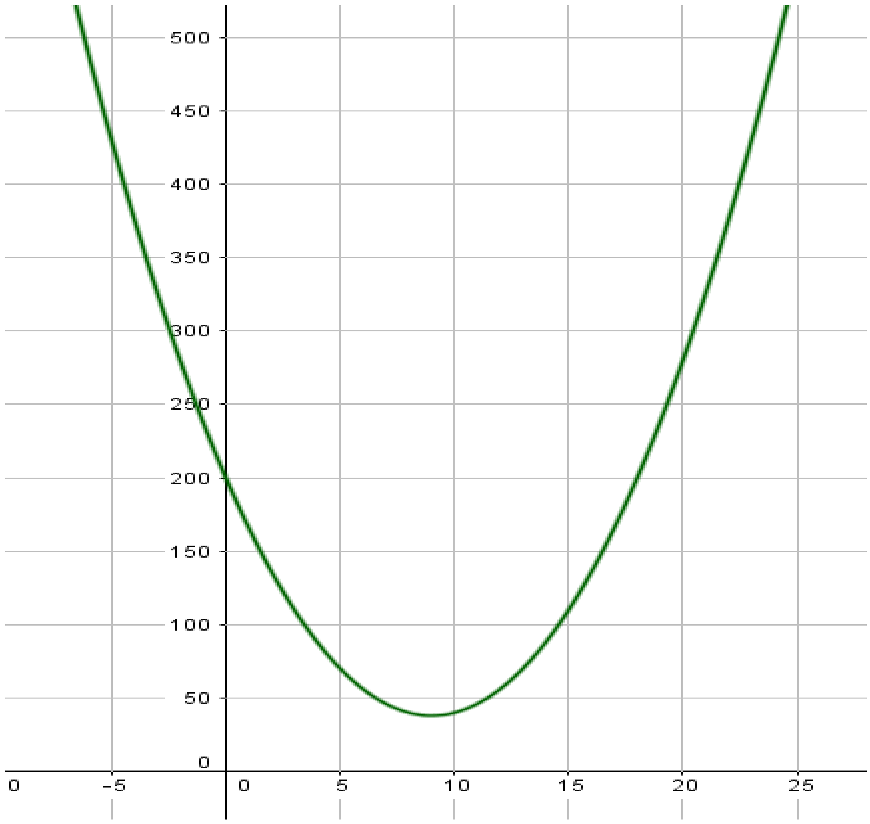
b) A partir del signo de $f'(7)$, ¿qué se puede decir del coste para una producción de siete mil kilogramos?

$$f'(x) = 4x - 36$$
$$f'(7) = -8 < 0$$

Se puede decir que para esa cantidad los costes van en descenso

	COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003	MATEMATICAS APLICADAS II 2º BACHILLERATO EVAL: 3ª FECHA: 23-3-2017	
NOMBRE			

c) Dibuje la gráfica de la función de costes. ¿Para qué cantidad o cantidades fabricadas el coste es de 200000 €?



$$2x^2 - 36x + 200 = 200$$

$$2x^2 - 36x = 0$$

$$2x(x-18) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 18 \end{cases}$$

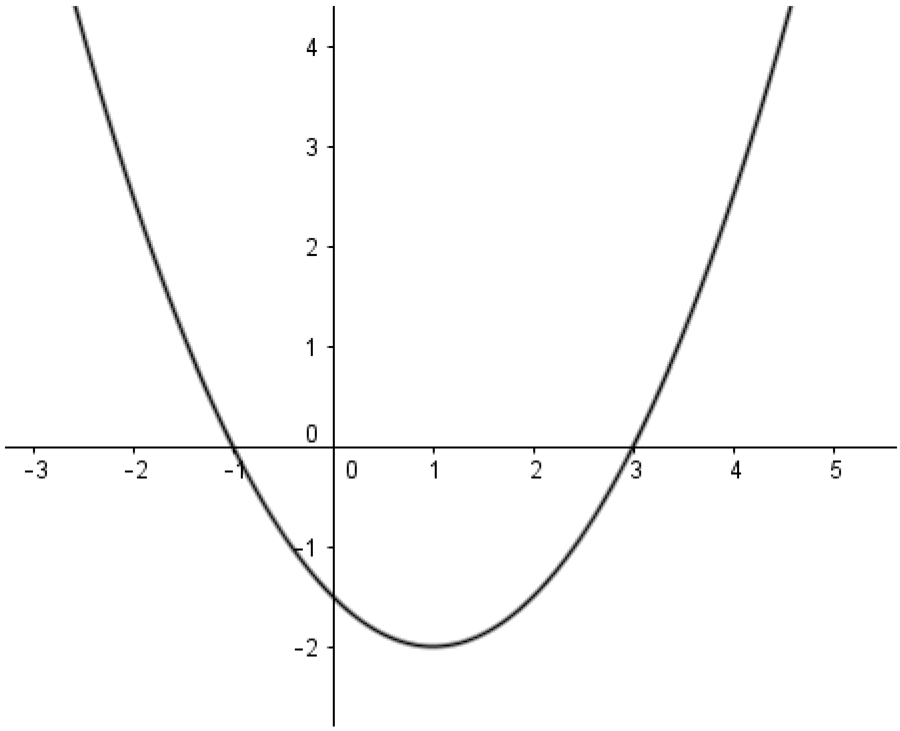
El coste es de 200000€ *si no se produce nada o se producen* 18000 *Kg*

	COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003	MATEMATICAS APLICADAS II 2º BACHILLERATO EVAL: 3ª FECHA: 23-3-2017	
NOMBRE			

Ejercicio 4:

De una función continua y derivable, *f*, se sabe que la gráfica de la función derivada, *f ´*, es una parábola que pasa por los puntos *(-1,0)* y *(3, 0)* y que tiene su vértice en el punto *(1, -2)*.

a) **Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f, así como la existencia de extremos.**



	$(-\infty, -1)$	$(-1, 3)$	$(3, +\infty)$
f'	$+$	$-$	$+$
f	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$

En $x = -1$ *hay un máximo relativo*

En $x = 3$ *hay un mínimo relativo*

b) **Si $f\,(1) = 2$, encuentre la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa $x = 1$.**

$$t: y - f(1) = f'(1)(x-1)$$

$$y - 2 = -2(x-1)$$

$$\boxed{y = -2x + 4}$$

	COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003	MATEMATICAS APLICADAS II 2º BACHILLERATO EVAL: 3ª FECHA: 23-3-2017	
NOMBRE			