	COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003	MATEMATICAS APLICADAS II 2º BACHILLERATO EVAL: 2ª FECHA: 15-2-2017	
NOMBRE			

Ejercicio 1:

a) Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

$$\begin{aligned}
 f(x) &= (x^2 - 1) \cdot (3x^3 + 5x)^3 \\
 f'(x) &= 2x \cdot (3x^3 + 5x)^3 + (x^2 - 1) \cdot 3(3x^3 + 5x)^2 (9x^2 + 5) = \\
 &= (3x^3 + 5x)^2 [2x \cdot (3x^3 + 5x) + (x^2 - 1) \cdot 3(9x^2 + 5)] \\
 &= (3x^3 + 5x)^2 [6x^4 + 10x^2 + 27x^4 + 15x^2 - 27x^2 - 15] \\
 &= \boxed{(3x^3 + 5x)^2 [33x^4 - 2x^2 - 15]}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 g(x) &= \frac{\ln(3x)}{e^{2x}} \\
 g'(x) &= \frac{\frac{1}{x} \cdot \cancel{e^{2x}} - \ln(3x) e^{2x} \cdot 2}{(e^{2x})^2} = \frac{e^{2x} \left[\frac{1}{x} - 2\ln(3x) \right]}{(e^{2x})^2} \\
 &= \frac{\frac{1}{x} - 2\ln(3x)}{e^{2x}} = \boxed{\frac{1 - 2x \ln(3x)}{x \cdot e^{2x}}}
 \end{aligned}$$


b) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $h(x) = \frac{3x+6}{2x+1}$ en el punto de abscisa $x = 1$.

$$h(x) = \frac{3x+6}{2x+1} \rightarrow h'(x) = \frac{3(2x+1) - (3x+6)2}{(2x+1)^2} = \frac{-9}{(2x+1)^2}$$

$$t_{x=1} : y - h(1) = h'(1) \cdot (x - 1)$$

$$y - 3 = -1(x - 1)$$

$$\boxed{y = -x + 4}$$

	COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003	MATEMATICAS APLICADAS II 2º BACHILLERATO EVAL: 2ª FECHA: 15-2-2017	
NOMBRE			

Ejercicio 2: Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{a}x^2 + 1 & \text{si } x \leq 2 \\ -x + a & \text{si } x > 2 \end{cases}$, con $a > 0$.

- a) Calcule el valor del parámetro a para que la función sea continua en su dominio. En este caso, ¿sería derivable en su dominio?

Im ponemos la continuidad en $x = 2$:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{a}x^2 + 1 \right) = \frac{4}{a} + 1 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2} (-x + a) = -2 + a \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{4}{a} + 1 = -2 + a$$

$$\frac{4}{a} + 1 = -2 + a \rightarrow \frac{4}{a} = -3 + a \rightarrow 4 = -3a + a^2$$

$$a^2 - 3a - 4 = 0$$

$$a = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2} = \begin{cases} a = 4 \\ a = -1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{4} + 1 & \text{si } x \leq 2 \\ -x + 4 & \text{si } x > 2 \end{cases} \rightarrow f'(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & \text{si } x < 2 \\ -1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$y = \frac{x}{2}$ es continua en $\mathbb{R} \rightarrow f$ es derivable en $(-\infty, 2)$

$y = -1$ es continua en $\mathbb{R} \rightarrow f$ es derivable en $(2, +\infty)$

$x = 2$

$$\left. \begin{aligned} f'(2^-) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x}{2} \right) = 1 \\ f'(2^+) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (-1) = -1 \end{aligned} \right\} \text{No es derivable en } x = 2$$



COLEGIO
ITALICA
Arguijo 5-7
SEVILLA 41003

MATEMATICAS APLICADAS II
2º BACHILLERATO
EVAL: 2ª
FECHA: 15-2-2017

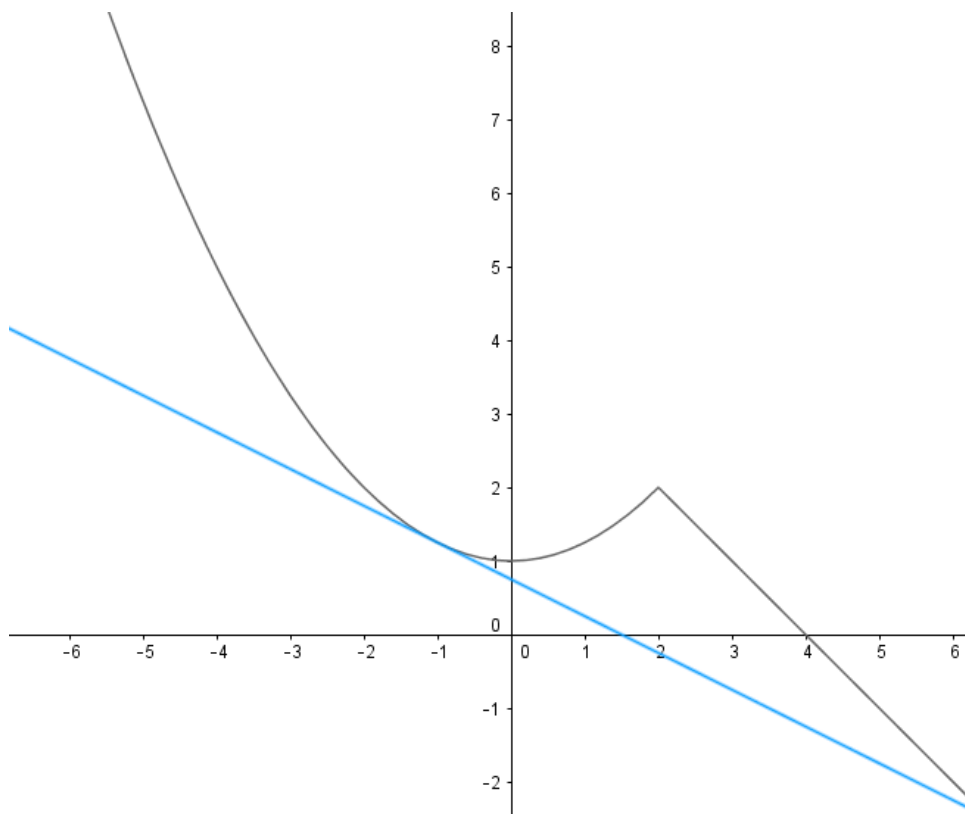
NOMBRE


- b) Para el valor de $a = 4$, represente gráficamente la función y halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = -1$.

$$t_{x=-1} : y - f(-1) = f'(-1)(x+1)$$

$$y - \frac{5}{4} = \frac{-1}{2}(x+1)$$

$$y = \frac{-1}{2}x + \frac{3}{4}$$



	COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003	MATEMATICAS APLICADAS II 2º BACHILLERATO EVAL: 2ª FECHA: 15-2-2017	
NOMBRE			

Ejercicio 3: Sea la función $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$.

a) Estudie la monotonía de f y halle los extremos relativos que posea.

$$f'(x) = 3x^2 - 6x + 3$$

$$3x^2 - 6x + 3 = 0 \rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 36}}{6} = 1$$

	$(-\infty, 1)$	$(1, +\infty)$
$3(x-1)^2$	+	+
$f(x)$	↗	↗

f es creciente en todo \mathbb{R}

b) Estudie su curvatura y calcule su punto de inflexión.

$$f''(x) = 6x - 6$$


$$6x - 6 = 0 \rightarrow x = 1$$

	$(-\infty, 1)$	$(1, +\infty)$
$6x - 6$	-	+
$f(x)$	∩	∪

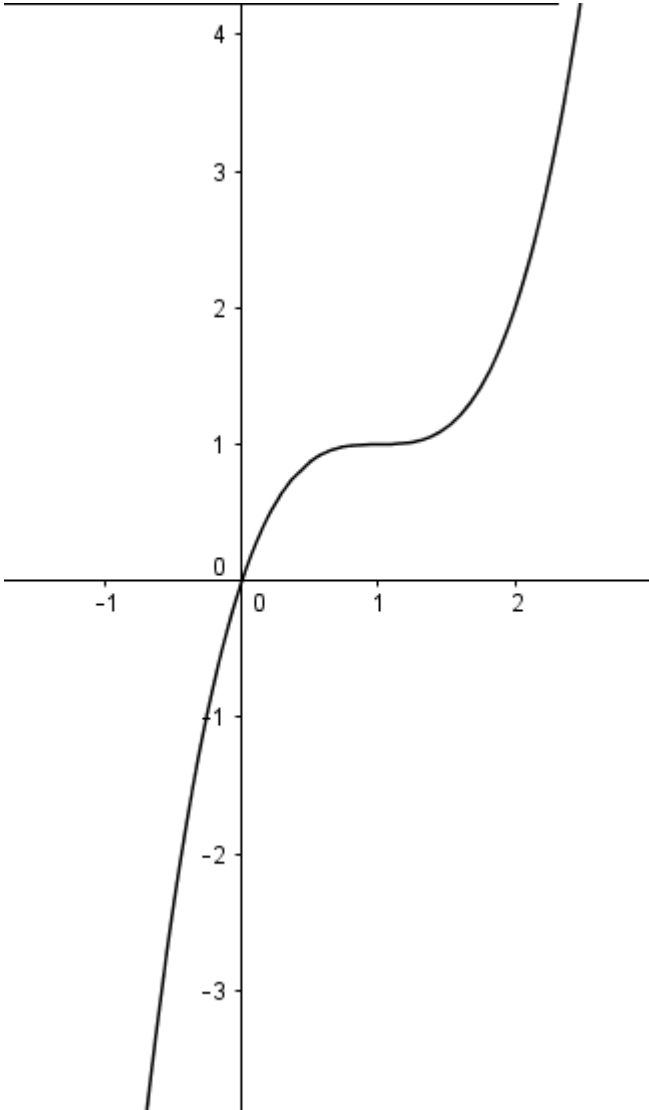
f es cóncava en $(-\infty, 1)$


f es convexa en $(1, +\infty)$

En $x = 1$ hay un punto de inflexión

	COLEGIO ITALICA Argujo 5-7 SEVILLA 41003	MATEMATICAS APLICADAS II 2º BACHILLERATO EVAL: 2ª FECHA: 15-2-2017	
NOMBRE			

c) Represente la gráfica de la función f .



	<p>COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003</p>	<p>MATEMATICAS APLICADAS II 2º BACHILLERATO EVAL: 2ª FECHA: 15-2-2017</p>	
<p>NOMBRE</p>			

Ejercicio 4: Sea la función $f(x) = -2x^3 + a \cdot e^{-x} + bx - 1$.

- a) Halle los valores de a y b sabiendo que la función tiene un mínimo en $x = 0$ y que la gráfica de la función pasa por el punto $(0, 0)$.

$$f(x) = -2x^3 + a \cdot e^{-x} + bx - 1 \quad f'(x) = -6x^2 - a \cdot e^{-x} + b$$

$$f(0) = 0 \rightarrow a - 1 = 0 \rightarrow \boxed{a = 1}$$

$$f'(0) = 0 \rightarrow -a + b = 0 \rightarrow \boxed{b = 1}$$

- b) Para $a = 0$ y $b = 1$, determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = -1$.

$$f(x) = -2x^3 + x - 1 \quad f'(x) = -6x^2 + 1$$

$$f(-1) = 2 - 1 - 1 = 0$$

$$f'(-1) = -6 + 1 = -5$$

$$t_{x=-1} : y - 0 = -5(x + 1)$$

$$\boxed{y = -5x - 5}$$