	COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003	MATEMATICAS APLICADAS II 2º BACHILLERATO EVAL: 1ª FECHA: 28-10-16	
NOMBRE			

Ejercicio 1:

a) Plantee, sin resolver, un sistema de ecuaciones asociado al siguiente problema:
“Un monedero contiene 1 euro en monedas de 2, 5 y 10 céntimos; en total hay 22 monedas. Sabiendo que el número de monedas de 5 y 10 céntimos juntas excede en 2 unidades al número de monedas de 2 céntimos, obtenga el número de monedas de cada tipo que hay en el monedero”.

$$x : monedas\ de\ 2\ \ céntimos$$
$$y : monedas\ de\ 5\ \ céntimos$$
$$z : monedas\ de\ 2\ \ céntimos$$

$$\begin{cases} x+y+z & = & 22 \\ 2x+5y+10z & = & 100 \\ y+z & = & x+2 \end{cases}$$

b) Resuelva el sistema formado por las ecuaciones

$$\begin{cases} x+y+z & = & 6 \\ 2x-y+2z & = & 3 \rightarrow \\ 3x+2y-3z & = & 3 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & -3 & 3 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-2F_1]{F_2+F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 3 & 0 & 3 & 9 \\ 1 & 0 & -5 & -9 \end{array}\right) \xrightarrow{F_2-3F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 18 & 36 \\ 1 & 0 & -5 & -9 \end{array}\right).$$

$$\begin{cases} x+y+z & = & 6 \\ 18z & = & 36 \\ x-5z & = & -9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z & = & 6 \\ z & = & 2 \\ x-10 & = & -9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 1+y+2 & = & 6 \\ z & = & 2 \\ x & = & 1 \end{cases} \rightarrow \boxed{\begin{array}{l} x=1 \\ y=3 \\ z=2 \end{array}}$$

	COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003	MATEMATICAS APLICADAS II 2º BACHILLERATO EVAL: 1ª FECHA: 28-10-16	
NOMBRE			

<u>Ejercicio 2:</u> Marta es una persona muy activa; por la mañana, de lunes a viernes y de 7 a 13, trabaja como administrativo en una empresa. Los lunes, miércoles y viernes lleva la contabilidad de otra empresa de 4 a 7 de la tarde, y los martes y jueves de 5 a 9 ejerce como abogado en un bufete.

a) Escribe la matriz semanal de su trabajo, llámala A, indicando el número de horas que dedica a cada actividad.

$$A = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} L & M & X & J & V \end{array} \\ \begin{pmatrix} 6 & 6 & 6 & 6 & 6 \\ 3 & 0 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ Ad \\ C \\ Ab \end{array}$$

b) Si trabaja durante 12 semanas, escribe la nueva matriz con el número total de horas que dedica durante esas 12 semanas, a cada actividad, según el día de la semana.

$$12A = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} L & M & X & J & V \end{array} \\ \begin{pmatrix} 72 & 72 & 72 & 72 & 72 \\ 36 & 0 & 36 & 0 & 36 \\ 0 & 48 & 0 & 48 & 0 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ Ad \\ C \\ Ab \end{array}$$

c) Si la hora como administrativa la cobra a10€, como contable a 12€ y como abogada a20€, calcula el beneficio que obtiene en esas 12 semanas por día de la semana y en total.

$$\begin{pmatrix} 10 & 12 & 20 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 72 & 72 & 72 & 72 & 72 \\ 36 & 0 & 36 & 0 & 36 \\ 0 & 48 & 0 & 48 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1152 & 1680 & 1152 & 1680 & 1152 \end{pmatrix}$$

En total gana 6816 €

<u>Ejercicio 3:</u> Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1&2\\3&1\end{pmatrix}.$

a) Calcule $A^2\ y\ A^{2014}$

$$A^2=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}=\boxed{\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}}=I$$

$$A^3=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}=A$$

$$A^4=I\ ;\ A^5=A\ ;\ .....\quad \boxed{A^{2014}=I}$$

b) Resuelva la ecuación matricial $A\cdot X+I_2=5B^t-A^2$

$$A\cdot X+I_2=5B^t-A^2\rightarrow A\cdot X=5B^t-A^2-I_2\rightarrow \boxed{X=A^{-1}\left(5B^t-A^2-I_2\right)}$$

$\underline{A^{-1}}\quad |A|=-1$

$$Adj(A)=\begin{pmatrix}0&-1\\-1&0\end{pmatrix}\rightarrow Adj(A)^t=\begin{pmatrix}0&-1\\-1&0\end{pmatrix}\rightarrow A^{-1}=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}$$

$$A^2=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

$$5B^t-A^2-I_2=5\begin{pmatrix}1&3\\2&1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&15\\10&3\end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3&15\\10&3\end{pmatrix}=\boxed{\begin{pmatrix}10&3\\3&15\end{pmatrix}}$$

	COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003	MATEMATICAS APLICADAS II 2º BACHILLERATO EVAL: 1ª FECHA: 28-10-16	
NOMBRE			

Ejercicio 4: **Sean** $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ a & b \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$.

a) **Obtenga a y b sabiendo que** $A^2=\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$**. ¿Es A simétrica?**

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ a & b \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ a & b \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix} 4-a & -2-b \\ 2a+ab & -a+b^2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\left.\begin{array}{r} 4-a=5 \\ -2-b=-2 \\ 2a+ab=-2 \\ -a+b^2=1 \end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{r} a=-1 \\ b=0 \\ -2=-2 \\ 1=1 \end{array}\right\}\rightarrow\boxed{\begin{array}{c} a=-1 \\ b=0 \end{array}}$$

$$\textit{Entonces } A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \textit{ es simétrica} \quad \textit{pués} \quad A=A^t$$

b) **Para los valores obtenidos anteriormente halla las matrices X e Y que verifican**

$$\left.\begin{array}{l} X+Y=A \\ X-2Y=B \end{array}\right\}\xrightarrow[E_2-E_1]{}\left.\begin{array}{l} X+Y=A \\ -3Y=B-A \end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{l} X=A-Y \\ Y=\frac{1}{3}(A-B) \end{array}\right\}$$

$$Y=\frac{1}{3}\left[\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}\right]=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}=\boxed{\begin{pmatrix} 1 & -2/3 \\ -4/3 & 0 \end{pmatrix}}$$

$$X=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 & -2/3 \\ -4/3 & 0 \end{pmatrix}=\boxed{\begin{pmatrix} 1 & -1/3 \\ 1/3 & 0 \end{pmatrix}}$$