Relación de problemas de Grafos con soluciones

Ejercicio 1.- Dos tiendas de una misma cadena poseen el siguiente stock de pantalones vaqueros:

$$\begin{array}{l} \text{Talla} \rightarrow \\ \text{Puma} \rightarrow \\ \text{León} \rightarrow \\ \text{Zorro} \rightarrow \\ \text{Lobo} \rightarrow \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 38 & 40 & 42 & 44 & 46 & 48 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 6 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \end{array} \qquad \begin{array}{l} \text{Talla} \rightarrow \\ \text{Puma} \rightarrow \\ \text{León} \rightarrow \\ \text{Zorro} \rightarrow \\ \text{Lobo} \rightarrow \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 38 & 40 & 42 & 44 & 46 & 48 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 & 8 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & 4 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Ambas tiendas se fusionan:

a) ¿Cuál es el stock disponible?

b) La ganancia en cada marca en la talla 44 es de 7,6,9 y 4 euros respectivamente . Si se venden todas las existencias relativas a esta talla, ¿qué ganancias se obtienen?

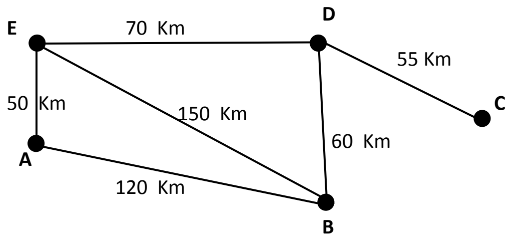
c) Si las ganancias de cualquier talla son como las de la talla 44, ¿Cuál es la matriz que da las ganancias por talla?

Ejercicio 2.- En una academia de idiomas se imparte inglés y alemán en cuatro niveles y dos modalidades: grupos normales y grupos reducidos. La matriz $A=\begin{pmatrix} 130 & 160 \\ 120 & 80 \\ 210 & 130 \\ 100 & 60 \end{pmatrix}$ expresa el número de personas por grupo, donde la primera columna corresponde a los cursos de inglés, la segunda a los de alemán y las filas, a los niveles primero, segundo, tercero y cuarto, respectivamente. Las columnas de la matriz $B=\begin{pmatrix} 0{,}2 & 0{,}25 & 0{,}4 & 0{,}75 \\ 0{,}8 & 0{,}75 & 0{,}6 & 0{,}25 \end{pmatrix}$ reflejan el porcentaje de estudiantes (común para ambos idiomas) que siguen curso reducido (primera fila) y curso normal (segunda fila) para cada uno de los niveles.

a) Obtén la matriz que proporciona el número de estudiantes por modalidad e idioma.

b) Sabiendo que la academia cobra 20 euros por persona en grupos reducidos y 15 euros por persona en grupo normal, halla la cantidad en cada uno de los idiomas.

Ejercicio 3.- El gráfico adjunto representa los caminos que comunican diversas localidades, con sus respectivas distancias. Encuentra la matriz de las distancias más cortas.



Ejercicio 4.- Tres familias van a una heladería. La primera pide dos helados grandes, uno mediano y uno pequeño; la segunda pide uno grande, dos medianos y dos pequeños y la tercera familia pide dos grandes y tres pequeños.

a) Expresa esta información mediante una matriz 3x3.

b) Si la primera familia paga 4,75 euros, la segunda 5 euros y la tercera 5,25 euros, calcula el precio de un helado grande, el de uno mediano y el de uno pequeño.

Ejercicio 5.- Los consumos anuales de agua mineral, pan y leche de tres familias vienen expresados en la matriz A. La evolución de los precios de los años 2000 al 2003 viene reflejada en la matriz B, expresada en céntimos de euros.

$$A=\begin{array}{c} \\ F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} pan & agua & leche \end{array} \\ \begin{pmatrix} 450 & 800 & 650 \\ 500 & 810 & 620 \\ 200 & 500 & 600 \end{pmatrix} \end{array} \qquad B=\begin{array}{c} \\ pan \\ agua \\ leche \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 2000 & 2001 & 2002 & 2003 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 85 & 90 & 90 & 95 \\ 2 & 30 & 30 & 35 \\ 7 & 72 & 75 & 80 \end{pmatrix} \end{array}$$

a) Halla, si es posible, A·B y B·A e indica qué información proporciona el producto matricial.

b) ¿Qué información nos da el elemento c_{34} de la matriz producto?

Ejercicio 6.- Un constructor puede adquirir ladrillos, tejas, madera y cemento de tres proveedores: P, Q y R. Los precios de cada proveedor por paquete de materiales viene dados en miles de euros por la matriz:

$$\begin{array}{c} \\ P \\ Q \\ R \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} L & T & M & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 8 & 13 & 6 & 6 \\ 6 & 12 & 7 & 8 \\ 7 & 14 & 6 & 7 \end{pmatrix} \end{array}$$

El constructor tiene que comenzar tres obras. Necesita:

a) Primera obra: 24 paquetes de ladrillo, 5 de tejas, 12 de madera y 18 de cemento.

b) Segunda obra: 20 paquetes de ladrillo, 7 de tejas, 15 de madera y 20 de cemento.

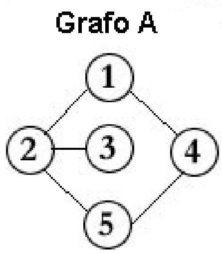
c) Segunda obra: 20 paquetes de ladrillo, 4 de tejas, 15 de madera y 15 de cemento.

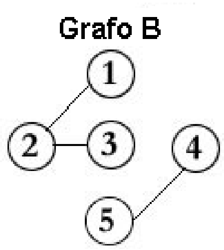
El constructor quiere adquirir todos los materiales de cada obra del mismo proveedor. ¿Qué proveedor es el más económico para cada obra? Razona tu respuesta.

2ª Relación de ejercicios de grafos

Ejercicio 1.

Sean los grafos siguientes:





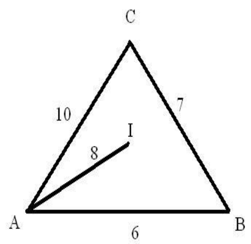
a) Escriba la matriz de adyacencia asociada a los grafos *A* y *B* de la figura anterior.

b) Si las matrices *C* y *D* unen los nodos numerados con las etiquetas 1, 2, 3, represente los grafos asociados a dichas matrices de adyacencia.

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

c) Realice la siguiente operación matricial: $D \cdot C - C \cdot D$

Ejercicio 2.



En un instituto I hay alumnos de tres pueblos, A, B y C. La distancia entre A y B es 6 km, la de B a C es 7 km, la de A a C es 10 km y la de A a I es 8 km. Una empresa de transporte escolar hace dos rutas: la ruta 1 parte de B y recorre sucesivamente C, A e I; la ruta 2 parte de C y recorre sucesivamente B, A e I.

1. Determine la matriz *M*, 2x3, que expresa los kilómetros que recorren los alumnos de cada pueblo por cada ruta.

2. El número de alumnos que siguen cada ruta de cada pueblo es:

Pueblo A: 10 alumnos la ruta 1 y 9 alumnos la ruta 2.

Pueblo B: 15 alumnos la ruta 1 y 8 alumnos la ruta 2.

Pueblo C: 5 alumnos la ruta 1 y 9 alumnos la ruta 2.

Determine la matriz *N*, 3x2, que indique los alumnos que siguen cada ruta de cada pueblo.

3. **S**i la empresa cobra 12 céntimos por Km a cada persona, determine la matriz $P = 0.12\ M \cdot N$, e interprete cada uno de sus elementos.

$$M = \begin{array}{c} \\ Ruta1 \\ Ruta2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} & & \\ & & \end{pmatrix} \end{array} \qquad N = \begin{array}{c} \\ Alumnos A \\ Alumnos B \\ Alumnos C \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} Ruta1 & Ruta2 \end{array} \\ \begin{pmatrix} & \\ & \\ & \end{pmatrix} \end{array}$$

Ejercicio 3.

En una empresa de fabricación de móviles hay 3 categorías de empleados: A, B y C y se fabrican dos tipos de móviles: M y P. Diariamente cada empleado de la categoría A fabrica 4 móviles del tipo M y 3 del tipo P, mientras que cada uno de la categoría B fabrica 5 móviles del tipo M y 4 del tipo P, y cada uno de la categoría C fabrica 6 móviles del tipo M y 5 móviles del tipo P. Para fabricar cada móvil del tipo M se necesitan dos chips y 4 conexiones y para fabricar cada móvil del tipo P 4 chips y 6 conexiones.

a) Escriba una matriz X, 3x2, que describa el número de móviles de cada tipo y otra matriz Y, de orden 2, que exprese el número de chips y conexiones de cada tipo de móvil.

b) Realice el producto de matrices $X \cdot Y$ e indique qué expresa dicho producto.

Ejercicio 4.

Un proveedor que suministra materia prima a 3 fábricas, F, G y H, transporta una parte de sus envíos a cada fábrica por carretera y la otra parte por tren, según se indica en la matriz T, cuyos elementos son las toneladas de materia prima que recibe cada fábrica por cada vía de transporte.

$$T = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} F & G & H \end{array} \\ \begin{pmatrix} 300 & 200 & 150 \\ 400 & 250 & 200 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ carretera \\ tren \end{array}$$

Los precios del transporte de cada tonelada de materia prima son 200 euros por carretera y 180 euros por tren, como indica la matriz $C = (200, 180)$.

Explique qué operación debe efectuarse con estas matrices para determinar una nueva matriz cuyos elementos sean los costes de llevar este material a la fábrica.

Ejercicio 5.

Una persona tiene que comprar 2 kg de manzanas, 1 kg de ciruelas y 1.5 kg de plátanos y otra necesita 0.5 kg de manzanas, 2.5 de ciruelas y 3 de plátanos. En la frutería A, los precios de las manzanas son 1.8 euros/kg, los de las ciruelas 2.1 y los de los plátanos 1.9 y en la frutería B son 1.7, 2.3 y 1.75 respectivamente.

Se escriben las matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1.5 \\ 0.5 & 2.5 & 3 \end{pmatrix} \text{ y } N = \begin{pmatrix} 1.8 & 1.7 \\ 2.1 & 2.3 \\ 1.9 & 1.75 \end{pmatrix}$$

a) Determine $M \cdot N$ e indique qué representa cada uno de los elementos de la matriz producto.

b) ¿En qué frutería le conviene a cada persona hacer la compra?