Reglas de derivación

9 **Halla la función derivada de las siguientes funciones y simplifica cuando sea posible:**

a) $f(x) = \frac{x^3}{3} + 7x^2 - 4x$

b) $f(x) = 3e^{2x}$

c) $f(x) = \frac{1}{3x} + \sqrt{x}$

d) $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$

e) $f(x) = \frac{1}{7x+1} + \frac{\sqrt{2x}}{3}$

f) $f(x) = ln\,(x^2 + 3x)$

g) $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x}$

h) $f(x) = ln\,3x + e^{-x}$

i) $f(x) = \frac{e^{x-3}}{5}$

j) $f(x) = \left(\frac{3-x}{x}\right) log_2\, x$

a) $f'(x) = \frac{1}{3} \cdot 3x^2 + 7 \cdot 2x - 4 = x^2 + 14x - 4$

b) $f'(x) = 3e^{2x} \cdot 2 = 6e^{2x}$

c) $f'(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{-1}{x^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}} = -\frac{1}{3x^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

d) $f'(x) = \frac{2x \cdot (x+1) - x^2 \cdot 1}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$

e) Teniendo en cuenta que $\frac{\sqrt{2x}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{x}$:

$$f'(x) = \frac{0 \cdot (7x+1) - 1 \cdot 7}{(7x+1)^2} + \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{-7}{(7x+1)^2} + \frac{\sqrt{2}}{6\sqrt{x}}$$

f) $f'(x) = \frac{1}{x^2 + 3x} \cdot (2x+3) = \frac{2x+3}{x^2+3x}$

g) $f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x+1}} \cdot x - \sqrt{x+1}}{x^2} = \frac{x - 2(x+1)}{2x^2\sqrt{x+1}} = \frac{-x-2}{2x^2\sqrt{x+1}}$

h) $f(x) = ln\,3 + ln\,x + e^{-x}$

$$f'(x) = \frac{1}{x} + e^{-x}(-1) = \frac{1}{x} - e^{-x}$$

i) $f'(x) = \frac{e^{x-3}}{5}$

j) $f'(x) = \frac{(-1)x - (3-x)}{x^2} log_2\, x + \frac{3-x}{x} \cdot \frac{1}{x\, ln\, 2} = \frac{-3\, log_2\, x}{x^2} + \frac{3-x}{x^2\, ln\, 2} = \frac{1}{x^2}\left(-3\, log_2\, x + \frac{3-x}{ln\, 2}\right)$

10 **Aplica las reglas de derivación y simplifica si es posible.**

a) $f(x) = (5x-2)^3$

b) $f(x) = 3\, cos\,(x + \pi)$

c) $f(x) = sen\, \frac{x}{2}$

d) $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

e) $f(x) = \sqrt{\frac{x+7}{x}}$

f) $f(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^3 \cdot e^{2x+1}$

g) $f(x) = tg\,(3x)$

h) $f(x) = x \cdot sen\, x^2$

i) $f(x) = \sqrt{7 \cdot ln\, x}$

j) $f(x) = (x + ln\, x)^2$

a) $f'(x) = 3(5x-2)^2 \cdot 5 = 15(5x-2)^2$

b) $f'(x) = -3sen\,(x + \pi)$

c) $f'(x) = cos\,\frac{x}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{2}\,cos\,\frac{x}{2}$

d) $f(x) = \frac{e^x(1+e^{-2x})}{e^x} = 1 + e^{-2x}$

$f'(x) = e^{-2x}\cdot(-2) = -2e^{-2x}$

e) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\frac{x+7}{x}}}\cdot\frac{x-(x+7)}{x^2} = \frac{-7}{2x^2}\sqrt{\frac{x}{x+7}}$

f) $f'(x) = \frac{3x^2}{8}e^{2x+1} + \frac{x^3}{8}e^{2x+1}\cdot 2 = \frac{e^{2x+1}}{8}(2x^3 + 3x^2)$

g) $f'(x) = \frac{1}{cos^2(3x)}\cdot 3 = \frac{3}{cos^2(3x)}$

h) $f'(x) = sen\,x^2 + x\,cos\,x^2\cdot 2x = sen\,x^2 + 2x^2\,cos\,x^2$

i) $f'(x) = \sqrt{7}\cdot\frac{1}{2\sqrt{ln\,x}}\cdot\frac{1}{x} = \frac{\sqrt{7}}{2x\sqrt{ln\,x}}$

j) $f'(x) = 2(x + ln\,x)\left(1+\frac{1}{x}\right) = 2\left(x + 1 + ln\,x + \frac{ln\,x}{x}\right)$

11 Deriva las siguientes funciones:

a) $f(x) = \sqrt[3]{e^x+1}$

b) $f(x) = \left(\frac{ln\,x}{x}\right)^2$

c) $f(x) = \frac{-3}{\sqrt{1-x^2}}$

d) $f(x) = \left(\frac{3x}{1-x^2}\right)^2$

e) $f(x) = \frac{x}{3}\,log_2\,(1-x^2)$

f) $f(x) = e^{-x}\,ln\,\frac{1}{x}$

g) $f(x) = \sqrt[3]{(5x+2)^2}$

h) $f(x) = ln\left(\frac{1}{4x} - \frac{x}{2}\right)$

a) $f(x) = (e^x + 1)^{1/3}$

$f'(x) = \frac{1}{3}(e^x+1)^{-2/3} = \frac{1}{3\sqrt[3]{(e^x+1)^2}}$

b) $f'(x) = 2\,\frac{ln\,x}{x}\cdot\frac{\frac{1}{x}\cdot x - ln\,x}{x^2} = \frac{2\,ln\,x\,(1-ln\,x)}{x^3}$

c) $f(x) = -3(1-x^2)^{-1/2}$

$f'(x) = -3\left(-\frac{1}{2}\right)(1-x^2)^{-3/2}\cdot(-2x) = \frac{-3x}{(1-x^2)^{3/2}} = \frac{-3x}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}}$

d) $f'(x) = 2\cdot\frac{3x}{1-x^2}\cdot\frac{3(1-x^2) - 3x\cdot(-2x)}{(1-x^2)^2} = \frac{6x(3x^2+3)}{(1-x^2)^3} = \frac{18x(x^2+1)}{(1-x^2)^3}$

e) $f'(x) = \frac{1}{3}\,log_2(1-x^2) + \frac{x}{3}\cdot\frac{1}{1-x^2}\cdot\frac{1}{ln\,2}\cdot(-2x) = \frac{log_2(1-x^2)}{3} - \frac{2x^2}{3(1-x^2)\,ln\,2}$

f) $f(x) = e^{-x}(-ln\,x) = -e^{-x}\,ln\,x$

$f'(x) = -\left(-e^{-x}\,ln\,x + e^{-x}\cdot\frac{1}{x}\right) = e^{-x}\left(ln\,x - \frac{1}{x}\right)$

g) $f(x) = (5x + 2)^{2/3}$

$$f'(x) = \frac{2}{3}(5x+2)^{-1/3} \cdot 5 = \frac{10}{3\sqrt[3]{5x+2}}$$

h) $f(x) = ln\left(\frac{1-2x^2}{4x}\right)$

$$f'(x) = \frac{1}{\frac{1-2x^2}{4x}} \cdot \frac{-4x \cdot 4x - (1-2x^2) \cdot 4}{(4x)^2} = \frac{4x}{1-2x^2} \cdot \frac{-8x^2-4}{(4x)^2} = \frac{-4(2x^2+1)}{4x(1-2x^2)} = \frac{2x^2+1}{x(2x^2-1)}$$

12 **Aplica las propiedades de los logaritmos antes de aplicar las reglas de derivación, para obtener la derivada de estas funciones:**

a) $f(x) = ln\ \frac{x^2+1}{x^2-1}$

b) $f(x) = ln\ (x \cdot e^{-x})$

c) $f(x) = ln\ (1 - 3x^2)^4$

d) $f(x) = log_2\ \sqrt[3]{5x - x^2}$

e) $f(x) = ln\ \sqrt{\frac{x}{x^2+1}}$

f) $f(x) = log\ \frac{(3x-5)^3}{x}$

g) $f(x) = log_2\ \sqrt{\frac{x-1}{x^3}}$

h) $f(x) = log\ \frac{1}{\sqrt{e^x}}$

a) $f(x) = ln\ (x^2 + 1) - ln\ (x^2 - 1)$

$$f'(x) = \frac{2x}{x^2+1} - \frac{2x}{x^2-1} = \frac{2x^3 - 2x - 2x^3 - 2x}{x^4-1} = \frac{-4x}{x^4-1}$$

b) $f(x) = ln\ x + ln\ e^{-x} = ln\ x - x$

$$f'(x) = \frac{1}{x} - 1 = \frac{1-x}{x}$$

c) $f(x) = 4ln(1 - 3x^2)$

$$f'(x) = 4 \cdot \frac{1}{1-3x^2} \cdot (-6x) = \frac{24x}{3x^2-1}$$

d) $f(x) = log_2\ (5x - x^2)^{1/3} = \frac{1}{3} log_2\ (5x - x^2)$

$$f'(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5x-x^2} \cdot \frac{1}{ln\ 2} \cdot (5-2x) = \frac{5-2x}{3(5x-x^2)\ ln\ 2}$$

e) $f(x) = \frac{1}{2}[ln\ x - ln\ (x^2+1)]$

$$f'(x) = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{x} - \frac{2x}{x^2+1}\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{x^2+1-2x^2}{x^3+x}\right] = \frac{1-x^2}{2x^3+2x}$$

f) $f(x) = 3\ log\ (3x - 5) - log\ x$

$$f'(x) = 3 \cdot \frac{3}{3x-5} \cdot \frac{1}{ln\ 10} - \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{ln\ 10} = \frac{1}{ln\ 10}\left[\frac{9}{3x-5} - \frac{1}{x}\right] =$$

$$= \frac{1}{ln\ 10} \cdot \frac{9x - 3x + 5}{(3x^2 - 5x)} = \frac{6x+5}{ln\ 10\ (3x^2-5x)}$$