

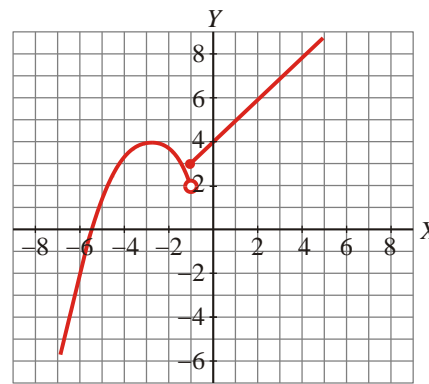
**FUNCIONES**

1. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

- a)  $y = x^4 - 2x^2$  (Sol:  $\mathbb{R}$ )
- b)  $y = \frac{1}{x^2 - 2x}$  (Sol:  $\mathbb{R} - \{0, 2\}$ )
- c)  $y = \sqrt{6 + 3x}$  (Sol:  $6 + 3x \geq 0 \Rightarrow 3$  Dominio =  $[-2, +\infty)$ )
- d)  $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x + 1}$  (Sol:  $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ )
- e)  $y = \ln(x^2 - 4x + 3)$  (Sol:  $(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$ )

2. A partir de la gráfica de  $f(x)$ , calcula

- a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- c)  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$
- d)  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$
- e)  $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$



(Sol: a)  $+\infty$  b)  $-\infty$  c) 2 d) 3 e) 0

3. Halla el valor de  $k$  para que  $f(x)$  sea continua en  $x = 1$ :  $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ k & \text{si } x > 1 \end{cases}$  (Sol  $k = 3$ )

4. Calcula los siguientes límites:

- a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 2x^2 + 4x}{-5x - 2x^3}$  (Sol:  $-1/2$ )
- b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 + 3x + 2}$  (Sol: 0)
- c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2x + 8}{2x^2 - 5}$  (Sol:  $1/2$ )
- d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - x + 1}{\sqrt{x^6 + 1}}$  (Sol: 0)
- e)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x}{x - 1}$  (No existe)
- f)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 4x^2 + 4x - 1}$  (Sol: -2)
- g)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$  (Sol: 1)
- h)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+4} - \sqrt{x-4})$  (Sol: 0)
- i)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{7+x} - 3}$  (Sol: 24)
- j)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (8x - \sqrt{16x^2 - 3x})$  (Sol:  $+\infty$ )
- k)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^3 + x^2 - 2x}$  (Sol: 2)
- l)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 2x^2 - 2x - 3}{x^3 - 4x^2 + 4x - 3}$  (Sol:  $13/7$ )
- m)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x+3} - 2}$  (Sol: 8)
- n)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^3 + 1}{x^2} - \frac{x^4 + x + 1}{x^3 + x} \right)$  (Sol: 0)
- o)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + x} - 2x)$  (Sol:  $1/4$ )

p)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+2x}{\sqrt{1+x^2}}$  (Sol: 2)

ee)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x^2 - 2x} - x \right)$  (Sol: -1)

q)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x^2 - 4}$  (Sol:  $\frac{\sqrt{2}}{16}$ )

ff)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{10x-3}{5x+3} \right)^{\frac{-x^2+3}{2x}}$  (Sol: 0)

r)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\sqrt{1-x} - 1}$  (Sol: -10)

gg)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{\sqrt{x+16} - 4}$  (Sol: 4/3)

s)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{x^3 + 4x^2 + x - 6}$  (Sol: 1/6)

hh)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x-3}{2x-5} \right)^{\frac{x^2+1}{x^2-4x+4}}$  (Sol: 4/9)

t)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - ax}{x^2 + ax - 2a^2}$  (Sol: 1/3)

ii)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+3}{3x-1} \right)^{\frac{4x+1}{x}}$  (Sol: 16/81)

u)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+x^2}{2-\sqrt{x+4}}$  (Sol: -4)

v)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 + 5}{x^3 + x - 3}$  (Sol: -7)

jj)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+3}{2x-1} \right)^{\frac{3x^2}{x-1}}$  (Sol:  $e^6$ )

w)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{4x^2 - 5} - (2x - 3) \right)$  (Sol: 3)

kk)  $\lim_{x \rightarrow 2} (x-1)^{\frac{3}{x-2}}$  (Sol:  $e^3$ )

x)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{4x^2 + 4x + 2} - \sqrt{4x^2 - 5x + 2} \right)$  (Sol: 9/4)

ll)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1} \right)^{\frac{3}{x-1}}$  (Sol:  $e^{3/2}$ )

y)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\sqrt{1-x} - 1}$  (Sol: -10)

mm)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{5x-2}{4x+3} \right)^{2x}$  (Sol:  $e^{-2}$ )

z)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^4 - 3x}{1 - 3x^3}$  (Sol:  $+\infty$ )

nn)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2 + 3x}{2x^2 - 5} \right)^{2x+1}$  (Sol:  $e^3$ )

aa)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{2x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 1}}$  (Sol:  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ )

oo)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 1}{x^2 - 8} \right)^{\frac{x^2}{2}}$  (Sol:  $e^{9/2}$ )

bb)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{\frac{-27x^2 + 1}{2 + x^2}}$  (Sol: -3)

pp)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{4x+7}{4x-5} \right)^{\frac{x^2}{x-1}}$  (Sol:  $e^3$ )

cc)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3}$  (Sol: 1/4)

dd)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 + 5})$  (Sol: 0)

5. Estudia la continuidad de la función:  $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{3} & \text{si } x \leq 4 \\ x^2 - 15 & \text{si } x > 4 \end{cases}$  (Sol: es continua en R)

6. a) Halla a para que la función definida por  $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{a}{x+1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$  sea continua.

7. b) Una vez hallado este valor de a, obtén la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto de abscisa  $x = 2$ . (Sol: a)  $a = 2$  b)  $y - \frac{2}{3} = \frac{-2}{9}(x - 2)$ )

8. Siendo  $f(x) = 8 - 2x$  y  $g(x) = \sqrt{1 + 2x}$

- a) Halla el dominio de  $f$  y  $g$  (  $\text{Dom } f = \mathbb{R}$ ,  $\text{Dom } g = [-1/2, +\infty)$   
 b) Halla  $g \circ f$  y  $f \circ g$  ( $(g \circ f)(x) = \sqrt{17 - 4x}$ ,  $(f \circ g) = 8 - 2\sqrt{1 + 2x}$ )  
 c) Calcula  $g^{-1}$ . (Sol:  $y = \frac{x^2 - 1}{2}$ )

9. Dada la función  $f(x) = \frac{4 - 2x^2}{x}$  se pide:

- a) Asíntotas. (Sol: A. horizontal  $x = 0$ , asíntota oblicua  $y = -2x$ )  
 b) Puntos de corte con los ejes. (Sol: al eje X en  $(\sqrt{2}, 0)$ ,  $(-\sqrt{2}, 0)$ , no corta al eje Y).  
 c) Simetrías de la curva  $y = f(x)$  (Sol: es simétrica respecto del origen de coordenadas).

10. Halla las asíntotas de la función:  $y = \frac{3x^2 + 1}{x - 2}$

11. Calcula las funciones derivadas y simplifica cuando se pueda:

- a)  $f(x) = -x^7 + \frac{3}{4}x - 1$  (Sol:  $f'(x) = -7x^6 + \frac{3}{4}$ )  
 b)  $y = (x^2 + 2x)^3$  (Sol:  $y' = 6x^5 + 30x^4 + 48x^3 + 24x^2$ )  
 c)  $f(x) = e^{7x^4 - 3}$  (Sol:  $f'(x) = 28x^3 \cdot e^{7x^4 - 3}$ )  
 d)  $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$  (Sol:  $y' = \frac{2x}{(x^2 + 1)^2}$ )  
 e)  $y = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$  (Sol:  $y' = \frac{-2e^x}{(e^x - 1)^2}$ )  
 f)  $y = \cos x^4$  (Sol:  $y' = -\text{sen } x^4 \cdot 4x^3$ )  
 g)  $y = \text{sen}^3 x$ ; (Sol:  $y' = 3 \cdot \text{sen}^2 x \cdot \cos x$ )  
 h)  $y = \sqrt{4x^3 + 1}$  (Sol:  $y' = \frac{6x^2}{\sqrt{4x^3 + 1}}$ )  
 i)  $y = \ln(3x^4 - 2x)$  (Sol:  $y' = \frac{12x^3 - 2}{3x^4 - 2x}$ )  
 j)  $y = e^{7x} \cdot \text{sen}^3 x$  (Sol:  $y' = e^{7x} \cdot (7 \cdot \text{sen}^3 x + 3 \cdot \text{sen}^2 x \cdot \cos x)$ )  
 k)  $y = (4x^2 - 2)\sqrt{4x - 2}$  (Sol:  $y' = \frac{40x^2 - 16x - 4}{\sqrt{4x - 2}}$ )  
 l)  $y = \text{sen}\left(\frac{x+1}{2x-3}\right)$  (Sol:  $y' = \frac{-5}{(2x-3)^2} \cdot \cos\left(\frac{x+1}{2x-3}\right)$ )  
 m)  $y = \ln(x^2 + 3x)^3$  (Sol:  $y' = \frac{3(2x+3)}{x^2 + 3x}$ )  
 n)  $y = \ln\left(\frac{xe^x}{1+e^x}\right)$  (Sol:  $y' = \frac{1+x+e^x}{x(1+e^x)}$ )  
 o)  $y = (\cos x)^{x^2+5}$  (Sol:  $y' = (\cos x)^{x^2+5} \cdot (2x \cdot \ln(\cos x) - (x^2 + 5) \cdot \text{tag } x)$ )