

ARITMETICA Y ALGEBRA

1. Utilizando las propiedades de las potencias simplifica las siguientes expresiones:

a) $\frac{2^3 \cdot (-4)^2 \cdot 3^2}{6^3 \cdot (-9)^3}$ b) $\frac{2^{-4} \cdot (-4)^2 \cdot 3 \cdot 9^{-1}}{(-2)^{-5} \cdot 8 \cdot 9 \cdot 3^2}$ c) $\frac{(a \cdot b)^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{-1}{2}} \cdot b^{-2}}$ d) $\left(\frac{2}{6}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{12}{5}\right)^4$

e) $\frac{(2^{-1} \cdot 3^2)^{-3}}{8^2 \cdot 3^{-3}}$ f) $\left(\frac{\frac{1}{a^2}}{\frac{1}{b^4}}\right)^3 \cdot \frac{b^{-3}}{a^4} \cdot b^{\frac{-1}{2}}$ g) $\left(\left((-2)^{-3}\right)^4\right)^{-1}$ h) $\frac{(-5)^3 \cdot (-8)^3 \cdot (-9)^2}{15^{-2} \cdot (-20)^4}$

(Sol: a) $\frac{2^4}{3^7}$ b) $-2^2 \cdot 3^{-5} = -\frac{2^2}{3^5}$ c) $a \cdot b^4$ d) $\frac{2^{10} \cdot 3^3}{5^2}$ e) $2^{-3} \cdot 3^{-3}$ f) $a^3 \cdot b^{-2} = \frac{a^3}{b^2}$ g) 2^{12} h) $2 \cdot 3^6 \cdot 5$)

2. Efectúa y simplifica:

a) $\sqrt{\frac{2}{27}} \sqrt{\frac{3}{2}}$ b) $\sqrt{48} - 2\sqrt{12}$ (Sol: a) $1/3$ b) 0)

3. Racionalizar y simplificar si es posible

a) $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}+1}$ b) $\frac{2+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}$ c) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{5}}{\sqrt{6}-\sqrt{5}}$ (Sol: a) $\frac{4-\sqrt{2}}{7}$ b) $\frac{4+\sqrt{2}}{7}$ c) $11+2\sqrt{30}$)

4. Calcula el valor de x en cada caso, utilizando la definición de logaritmo:

a) $\log_2 64 = x$ b) $\log_x 64 = 3$ c) $\log_3 x = 4$ (Sol: a) 6 b) 4 c) 81)

5. Utilizando la definición de logaritmo, calcula:

a) $\log_2 32 + \log_3 \sqrt[3]{81} - \log_5 \frac{1}{25}$ (Sol: $25/3$)

b) $\log_2 \frac{1}{8} + \log_3 \sqrt{27} - \log_4 1$ (Sol: $-3/2$)

6. Indica si es verdadero o falso razonando tu respuesta:

a) $\log 1000x = 3 \log x$ (Sol: Falso)

b) $2 \log x - \frac{3}{4} \log y + 3 \log z = \log \frac{x^2}{\sqrt[4]{y^3 z^3}}$

7. a) Sabiendo que $\log 2 = 0,3010$, calcula (sin utilizar la calculadora): $\log \frac{\sqrt[3]{0,02}}{\sqrt{8}}$ (Sol: $-1,0178$)

b) Escribe mediante un solo logaritmo:

$3 \log_3 a + \frac{1}{2} \log_3 x - \frac{2}{3} \log_3 b + 3 \log_3 c - 4 \log_3 3$ (Sol: $\log_3 \frac{a^3 \cdot \sqrt{x} \cdot c^3}{\sqrt[3]{b^2 \cdot 3^4}}$)

8. Si sabemos que $\log x = 0,85$, calcula $\log 100x - \log \frac{\sqrt[3]{x}}{1000}$ (Sol: $5,567$)

9. Resuelve las ecuaciones:

a) $9 \cdot 3^{x-1} = 243$ (Sol: $x = 4$)

a) $\frac{8^{x-1}}{2^{3-x}} = 64 \cdot 4^x$ (Sol: $x = 6$)

b) $3 \cdot 5^{(x-2)^2} = 15$ (Sol: $x = 1, x = 3$)

- c) $4^x + 4^{x-1} - 4^{x+1} + 44 = 0$ (Sol: $x = 2$)
- d) $5^x + 5^{x+1} + 5^{x+2} = \frac{31}{25}$ (Sol: $x = 0$)
- e) $7^{x+1} - 49 = 2352$ (Sol: $x = 3$)
- f) $3^{2x-1} - 3^x = 18$ (Sol: $x = 2$)
- g) $3^x + \frac{1}{3^{x+1}} = \frac{28}{9}$ (Sol: $x = 1, x = -2$)
- h) $\log \frac{10}{x} = \log 100 - 2 \log x$ (Sol: $x = 10$)
- i) $2 \cdot \log x + \log 10 = 1 + \log (10x - 9)$ (Sol: $x = 1, x = 9$)
- j) $2 \log (x + 1) - \log (2x) = \log 2$ (Sol: $x = 1$)
- k) $\log (x + 1) = 2 \log 2 + \log x - \log (3 - x)$ (Sol: $x = 1$)
- l) $\log (6x - 1) - \log (x + 4) = \log x$ (Sol: $x = 1$)
- m) $3 \cdot \log x - \log 30 = \log \frac{x^2}{5}$ (Sol: $x = 6$)
- n) $5 \log_2 (x + 3) = \log_2 32$ (Sol: $x = -1$)
- o) $\frac{1}{2} \log (2x + 3) = \log x$ (Sol: $x = 3$)
- p) $\begin{cases} 2 + \sqrt{x + y} = x + 1 \\ 2x - y - 5 = 0 \end{cases}$ (Sol: $x = 3, y = 1; x = 2, y = -1$)

10. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

a) $\begin{cases} x - y + 3z = 4 \\ 2x - y - z = 6 \\ 3x - 2y + 2z = 10 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y - 2z = -1 \\ 2x - 3y + 4z = 4 \\ 5x - y + 3z = 16 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + z = 4 \\ -x + 2y + z = 6 \\ y + z = 0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x - 5y + 3z = 4 \\ x - 2y + z = 3 \\ 5x + y + 7z = 11 \end{cases}$

(Sol: a) $x = 2 + 4z, y = -2 + 7z$, b) $x = 3, y = 2, z = 1$, c) incompatible, d) $x = 5, y = 0, z = -2$)