Colegio Itálica Sevilla	COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003	**MATEMATICAS II** **2º BACHILLERATO** EVAL: 1ª FECHA:	
NOMBRE			Nº:

Ejercicio 1: **Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales,**

$$\left.\begin{array}{rcc} x+2y+z & = & 0 \\ x-y+mz & = & m-2 \\ mx+y+3z & = & m-2 \end{array}\right\}$$

a) Discute el sistema según los valores del parámetro m.

$$\left.\begin{array}{rcc} x+2y+z & = & 0 \\ x-y+mz & = & m-2 \\ mx+y+3z & = & m-2 \end{array}\right\} \to A^* = \left(\begin{array}{ccc:c} \boxed{1} & \boxed{2} & 1 & 0 \\ \boxed{1} & \boxed{-1} & m & m-2 \\ m & 1 & 3 & m-2 \end{array}\right)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -3 \neq 0 \to rg(A) \geq 2$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & m \\ m & 1 & 3 \end{vmatrix} = -3+2m^2+1+m-6-m = 2m^2-8 = 0 \to \begin{cases} m=-2 \\ m=2 \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{r} Si \;\; m \neq -2 \wedge 2 \to rg(A) = 3 \\ rg(A^*) = 3 \\ n = 3 \end{array}\right\} SCD$$

$\underline{m=-2|}$ $\quad A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{1} & \boxed{2} & 1 & 0 \\ \boxed{1} & \boxed{-1} & -2 & -4 \\ -2 & 1 & 3 & -4 \end{array} \right)$

$rg(A)=2$

En A^* *orlamos con* F_3, C_3

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -4 \\ -2 & 1 & -4 \end{vmatrix} = 4+16+8+4=32 \neq 0 \rightarrow rg(A^*)=3$$

$$\left. \begin{array}{r} Si \;\; m=-2 \rightarrow rg(A)=2 \\ rg(A^*)=3 \end{array} \right\} \rightarrow SI$$

$\underline{m=2|}$ $\quad A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{1} & \boxed{2} & 1 & 0 \\ \boxed{1} & \boxed{-1} & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \end{array} \right)$

$rg(A)=2$

En A^* *orlamos con* F_3, C_3

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow rg(A^*)=2$$

$$\left. \begin{array}{r} Si \;\; m=2 \rightarrow rg(A)=2 \\ rg(A^*)=2 \\ n=3 \end{array} \right\} \rightarrow SCI$$

b) Resuélvelo, si es posible, para m = 2.

$$A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{1} & \boxed{2} & 1 & 0 \\ \boxed{1} & \boxed{-1} & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[E\lim inamos\ E_3]{} \left.\begin{array}{ll} x+2y & =-z \\ x-y & =-2z \end{array}\right\} \boxed{z=\lambda}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -\lambda & 2 \\ -2\lambda & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{\lambda+4\lambda}{-3} = \boxed{\frac{5\lambda}{-3}}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -\lambda \\ 1 & -2\lambda \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{-2\lambda+\lambda}{-3} = \frac{-\lambda}{-3} = \boxed{\frac{\lambda}{3}}$$

$$\boxed{S = \left(\frac{5\lambda}{-3}, \frac{\lambda}{3}, \lambda\right)_{\lambda\in\mathbb{R}}}$$

c) Resuélvelo, si es posible, para m = 0.

$$A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{array}\right) \xrightarrow[E_2-E_1]{} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{array}\right) \xrightarrow[3E_3+E_2]{} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 8 & -8 \end{array}\right)$$

$$\left.\begin{array}{ccc} x+2y+z & = & 0 \\ -3y-z & = & -2 \\ 8z & = & -8 \end{array}\right\} \rightarrow \boxed{\begin{array}{c} x=-1 \\ y=1 \\ z=-1 \end{array}}$$

Colegio Itálica Sevilla	COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003	**MATEMATICAS II** **2º BACHILLERATO** EVAL: 1ª FECHA:	
NOMBRE			Nº:

<u>Ejercicio 2:</u>

Un mayorista de café dispone de tres tipos base, Moka, Brasil y Colombia, para preparar tres tipos de mezcla, A, B y C, que envasa en sacos de 60 Kg. Con los siguientes contenidos en Kilos y precio del Kilo en euros:

	MEZCLA A	MEZCLA B	MEZCLA C
MOKA	**15**	**30**	**12**
BRASIL	**30**	**10**	**18**
COLOMBIA	**15**	**20**	**30**
PRECIO/KILO	**4**	**4,5**	**4,7**

Suponiendo que el preparado de las mezclas no supone coste alguno, ¿cuál es el precio de cada uno de los tipos base de café?

Si llamamos

x = al precio del Kg de Moka.
y = al precio del Kg de Brasil.
z = al precio del Kg de Colombia.

$$\left.\begin{array}{rcl} 15x+30y+15z & = & 60\cdot 4 \\ 30x+10y+20z & = & 60\cdot 4'5 \\ 12x+18y+30z & = & 60\cdot 4'7 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{rcl} 15x+30y+15z & = & 240 \\ 30x+10y+20z & = & 270 \\ 12x+18y+30z & = & 282 \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{rcl} x+2y+z & = & 16 \\ 3x+y+2z & = & 27 \\ 2x+3y+5z & = & 47 \end{array}\right\} \rightarrow \boxed{\begin{array}{l} x=4 \\ y=3 \\ z=6 \end{array}}$$

	COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003	**MATEMATICAS II** **2º BACHILLERATO** EVAL: 1ª FECHA:	
NOMBRE			Nº:

<u>Ejercicio 3:</u> Se consideran los vectores:

$$\vec{u}(1,-2,3)\ ,\ \vec{v}(2,2,1)\ ,\ \vec{w}(-1,-k,7)$$

a) Calcula el valor de k para que los 3 vectores sean linealmente dependientes.

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ -1 & -k & 7 \end{vmatrix} = 14+2-6k+6+28+k=-5k+50=0 \rightarrow \boxed{k=10}$$

b) Para el valor de k anterior, escribe $\vec{w}$ como combinación lineal de $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

$$\vec{w}=a\vec{u}+b\vec{v}$$

$$(-1,-10,7)=a(1,-2,3)+b(2,2,1)$$

$$\left.\begin{array}{ll} a+2b & =-1 \\ -2a+2b & =-10 \\ 3a+b & =7 \end{array}\right\} \xrightarrow[\substack{E_2-E_1 \\ 2E_3-E_1}]{} \left.\begin{array}{ll} a+2b & =-1 \\ -3a & =-9 \\ 5a & =15 \end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{l} a=3 \\ b=-2 \end{array}$$

$$\boxed{\vec{w}=3\vec{u}-2\vec{v}}$$

c) Halla el ángulo que forman los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

$$\vec{u}(1,-2,3)\ ,\ \vec{v}(2,2,1)$$

$$\vec{u}\cdot\vec{v}=(1,-2,3)\cdot(2,2,1)=2-4+3=1$$

$$|\vec{u}|=\sqrt{1+4+9}=\sqrt{14}$$

$$|\vec{v}|=\sqrt{4+4+1}=3$$

$$\cos(\vec{u}\ ,\ \vec{v})=\frac{1}{3\sqrt{14}} \rightarrow \boxed{(\vec{u}\ ,\ \vec{v})=84^{o}53'20''}$$

d) Halla un vector ortogonal a $\vec{u}$ y $\vec{v}$ que tenga 25 de módulo.

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -8\vec{i} + 5\vec{j} + 6\vec{k} \rightarrow \vec{u}\,x\,\vec{v}(-8,\,5,\,6)$$

$$\left|\vec{u}\,x\,\vec{v}\right| = \sqrt{64+25+36} = \sqrt{125}$$

$$\vec{z} = \frac{25}{5\sqrt{5}}(-8,\,5,\,6) = \sqrt{5}(-8,\,5,\,6) = \boxed{\left(-8\sqrt{5},\,5\sqrt{5},\,6\sqrt{5}\right)}$$

e) Para $k = 2$, calcula el volumen del tetraedro generado por los tres vectores.

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 7 \end{vmatrix} = 14+2-12+6+28+2 = 40$$

$$Vol(tetraedro) = \frac{1}{6}\cdot 40 = \boxed{\frac{20}{3}u^3}$$