

	<p style="text-align: center;">COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003</p>	<p style="text-align: center;">MATEMATICAS II 2º BACHILLERATO EVAL: 1ª FECHA: 29-10-2018</p>	
<p>NOMBRE</p>			<p>Nº:</p>

Ejercicio 1: Encuentra la matriz X que satisface la ecuación $X \cdot A + A^3 \cdot B = A$, siendo

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$X \cdot A + A^3 \cdot B = A \rightarrow X \cdot A = A - A^3 \cdot B \rightarrow X \cdot A \cdot A^{-1} = (A - A^3 \cdot B) \cdot A^{-1}$$

$$\boxed{X = I - A^3 \cdot B \cdot A^{-1}}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$


$$\underline{A^{-1}}$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow |A| = -1$$

$$Adj(A) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow Adj(A)^t = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}}$$

	COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003	MATEMATICAS II 2º BACHILLERATO EVAL: 1ª FECHA: 29-10-2018	
NOMBRE			Nº:

Ejercicio 2: Encuentra las matrices X e Y que satisfacen las siguientes ecuaciones:

$$2X + Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad X + Y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2X + Y = C \\ X + Y = D \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 2X + Y = C \\ -X - Y = -D \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} 2X + Y = C \\ -2X - 2Y = -2D \end{array} \right\}$$

$$\boxed{X = C - D} \qquad \qquad \qquad -Y = C - 2D$$

$$\boxed{Y = -C + 2D}$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}}$$

$$Y = -\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}}$$

Ejercicio 3: De la matriz $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ se sabe que $\det(A) = 4$. Se pide:

a) Halla $\det(-3A')$ y $\det\begin{pmatrix} 2b & 2a \\ -3d & -3c \end{pmatrix}$. Indica las propiedades que utilizas.

$$|-3A'| = (-3)^2 |A'| = 9|A| = \boxed{36}$$

$$\begin{vmatrix} 2b & 2a \\ -3d & -3c \end{vmatrix} = 2(-3) \begin{vmatrix} b & a \\ d & c \end{vmatrix} \stackrel{c1 \leftrightarrow c2}{=} -2(-3) \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \boxed{24}$$

b) Calcula $\det(A^{-1} \cdot A')$

$$|A^{-1} \cdot A'| = |A^{-1}| \cdot |A'| = \frac{1}{|A|} \cdot |A| = \boxed{1}$$

c) Si B es una matriz cuadrada tal que $B^3 = I$, siendo I la matriz identidad, halla $\det(B)$.

$$B^3 = I \rightarrow |B^3| = |I| \rightarrow |B|^3 = 1 \rightarrow |B| = \sqrt[3]{1} = \boxed{1}$$

	<p style="text-align: center;">COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003</p>	<p style="text-align: center;">MATEMATICAS II 2º BACHILLERATO EVAL: 1ª FECHA: 29-10-2018</p>	
<p>NOMBRE</p>			<p>Nº:</p>

Ejercicio 4:

a) Calcula el rango de la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} \boxed{1} & -1 & \boxed{2} & 3 \\ \boxed{0} & 0 & \boxed{1} & 1 \\ 3 & -3 & 8 & 7 \\ \cancel{4} & \cancel{-4} & \cancel{11} & \cancel{11} \end{pmatrix}_{F_4 = F_1 + F_2 + F_3} \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0 \rightarrow Rg(A) \geq 2$$

Orlo con F_3, C_2

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 3 & -3 & 8 \end{vmatrix} = 0$$

Orlo con F_3, C_4

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 8 & 7 \end{vmatrix} = -4 \neq 0 \rightarrow \boxed{Rg(A) = 3}$$

	COLEGIO ITALICA Argujito 5-7 SEVILLA 41003	MATEMATICAS II 2º BACHILLERATO EVAL: 1ª FECHA: 29-10-2018	
NOMBRE			Nº:

b) Estudia el rango de la siguiente matriz en función de los valores del parámetro

$$B = \begin{pmatrix} \boxed{1} & \boxed{2} & 1 & 0 \\ \boxed{1} & \boxed{-1} & m & m-2 \\ m & 1 & 3 & m-2 \end{pmatrix} \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -3 \neq 0 \rightarrow Rg(A) \geq 2$$

Orlo con F_3, C_3 Orlo con F_3, C_4

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & m \\ m & 1 & 3 \end{vmatrix} = -3 + 2m^2 + 1 + m - 6 - m = 2m^2 - 8 = 0 \rightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = 2 \end{cases}$$

$$\boxed{\text{Si } m \neq -2 \wedge 2 \rightarrow Rg(B) = 3}$$

$$\underline{m = -2}$$

$$B = \begin{pmatrix} \boxed{1} & \boxed{2} & 1 & 0 \\ \boxed{1} & \boxed{-1} & -2 & -4 \\ -2 & 1 & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

Orlo con F_3, C_4

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -4 \\ -2 & 1 & -4 \end{vmatrix} = 32 \neq 0 \rightarrow \boxed{Rg(B) = 3}$$

$$\underline{m = 2}$$

$$B = \begin{pmatrix} \boxed{1} & \boxed{2} & 1 & 0 \\ \boxed{1} & \boxed{-1} & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{Rg(B) = 2}$$

Conclusión: Si $m \neq 2 \rightarrow Rg(B) = 3$ Si $m = 2 \rightarrow Rg(B) = 2$
--