| | COLEGIO ITALICA<br>Arguijo 5-7<br>SEVILLA 41003 | MATEMATICAS II<br>2º BACHILLERATO<br>EVAL: 3ª<br>FECHA: 22-3-2017 | |
|---|---|---|---|
| NOMBRE | | | |

**Ejercicio 1:**

**Sea** $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ **la función definida por** $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ **. Determina *a, b, c* sabiendo que la gráfica de *f* tiene tangente horizontal en el punto de abscisa *x = 1* y un punto de inflexión en (−1, 5).**

$$f(x)=x^3+ax^2+bx+c \qquad f'(x)=3x^2+2ax+b \qquad f''(x)=6x+2a$$

$$Tangente\ horizontal\ en\ x=1: \quad f'(1)=0 \ \rightarrow \quad 3+2a+b=0$$

$$Punto\ de\ \inf elxión\ en\ (-1,5): \begin{cases} f''(-1)=0 \rightarrow & -6+2a=0 \\ f(-1)=5 \rightarrow & -1+a-b+c=5 \end{cases}$$

$$\left.\begin{matrix} 2a+b=-3 \\ 2a=6 \\ a-b+c=6 \end{matrix}\right\} \rightarrow \boxed{\begin{matrix} b=-9 \\ a=3 \\ c=-6 \end{matrix}}$$

**Ejercicio 2:**

**Sea** $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ **la función definida por** $f(x)=\left(e^{ax}+b\right)\cdot x$, $con\ \ a\neq 0$**. Calcula *a* y *b* sabiendo que *f* tiene un extremo relativo en *x = 0* y su gráfica, un punto de inflexión en el punto cuya abscisa es *x = 1*.**

$$f(x)=\left(e^{ax}+b\right)\cdot x$$

$$f'(x)=\left(e^{ax}\cdot a\right)\cdot x+\left(e^{ax}+b\right)\cdot 1=a\cdot e^{ax}\cdot x+e^{ax}+b$$

$$f''(x)=a^2\cdot e^{ax}\cdot x+a\cdot e^{ax}+e^{ax}\cdot a=e^{ax}\left(a^2\cdot x+2a\right)$$

$$Extremo\ relativo\ en\ x=0: \quad f'(0)=0 \ \rightarrow \quad a\cdot e^0\cdot 0+e^0+b=0 \rightarrow \boxed{b=-1}$$

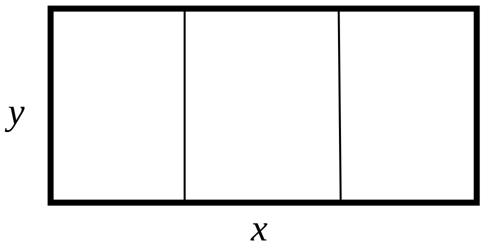
$$Punto\ de\ \inf lexión\ en\ x=1: \quad f''(1)=0 \ \rightarrow \quad e^a\left(a^2+2a\right)=0$$

$$e^a\cdot a(a+2)=0 \rightarrow \begin{cases} e^a=0\ !!! \\ a=0 \\ \boxed{a=-2} \end{cases}$$

| | COLEGIO ITALICA<br>Arguijo 5-7<br>SEVILLA 41003 | MATEMATICAS II<br>2º BACHILLERATO<br>EVAL: 3ª<br>FECHA: 22-3-2017 | |
|---|---|---|---|
| NOMBRE | | | |

**<u>Ejercicio 3:</u> Resuelve uno de estos dos problemas de optimización:**

**a) De un terreno se desea vender un solar rectangular de 12 800 m2 dividido en 3 parcelas iguales como las que aparecen en el dibujo.**
**Se quieren vallar las lindes de las tres parcelas (los bordes y las separaciones de las parcelas).**
**Determina las dimensiones del solar y de cada una de las tres parcelas para que la longitud de la valla utilizada sea mínima.**




$$V(x,y) = 2x + 4y \quad (\min)$$

$$xy = 12800 \rightarrow y = \frac{12800}{x}$$

$$V(x) = 2x + 4\frac{12800}{x} = 2x + \frac{51200}{x}$$

$$V'(x) = 2 + \frac{-51200}{x^2}$$

$$2 - \frac{51200}{x^2} = 0 \rightarrow \frac{2x^2 - 51200}{x^2} = 0 \rightarrow x^2 = 25600 \rightarrow x = 160$$

$$\begin{array}{c|c|c} & \multicolumn{2}{c}{160} \\ \hline v' & - & + \\ v & \searrow & \nearrow \end{array} \qquad se\ \ trata\ \ de\ un\ \ \min imo$$

$Solución\ optima:$

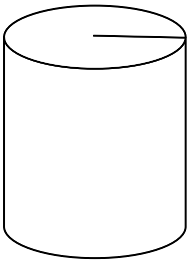
$x = 160\ m\ \ de\ \ base$

$y = 80\ m\ \ de\ altura$

$Cada\ \ parcela\ \ tiene\ \ 80\ m\ de\ \ altura\ \ y\ \ 53'33\ m\ de\ \ base$

| | COLEGIO ITALICA<br>Arguijo 5-7<br>SEVILLA 41003 | MATEMATICAS II<br>2º BACHILLERATO<br>EVAL: 3ª<br>FECHA: 22-3-2017 | |
|---|---|---|---|
| NOMBRE | | | |

**b) Se quiere construir un bote de conservas cilíndrico, con tapa, de un litro de capacidad. Calcula las dimensiones del bote para que en su construcción se utilice la menor cantidad posible de hojalata.**



*Sean h la altura del cilindro y r el radio de la base*

$$A(r,\, h) = 2\pi r^2 + 2\pi r h \quad (\min)$$

$$V = \pi r^2 h = 1 \to h = \frac{1}{\pi r^2}$$

$$A(r) = 2\pi r^2 + 2\pi r\left(\frac{1}{\pi r^2}\right) = 2\pi r^2 + \frac{2}{r}$$

$$A'(r) = 4\pi r - \frac{2}{r^2} = \frac{4\pi r^3 - 2}{r^2} = 0$$

$$r^3 = \frac{1}{2\pi} \to r = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}} = \boxed{0'54}$$

$$\begin{array}{c|c|c} & \multicolumn{2}{c}{0'54} \\ \hline A' & - & + \\ A & \searrow & \nearrow \end{array} \qquad \textit{se trata de un mínimo}$$

$$h = \frac{1}{\pi \sqrt[3]{\left(\frac{1}{2\pi}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{\pi^3}{4\pi^2}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{\pi}{4}}} = \boxed{1'08}$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| Colegio itálica Sevilla | COLEGIO ITALICA<br>Arguijo 5-7<br>SEVILLA 41003 | MATEMATICAS II<br>2º BACHILLERATO<br>EVAL: 3ª<br>FECHA: 22-3-2017 | |
| NOMBRE | | | |

**Ejercicio 4:**

**Sea la función** $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ **definida por**

$$f(x)=\frac{1}{x}+\ln(x).$$

a) **Halla los extremos absolutos de *f* (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) en el intervalo** $\left[\frac{1}{e}\,,\ e\right]$

$f(x)=\frac{1}{x}+\ln(x)$ *es continua en* $(0,+\infty)$, *por tanto lo es* $\left[\frac{1}{e}\,,e\right]$

*Por el teorema de Weierstrass f alcanza sus extremos absolutos en dicho intervalo*

*Dichos extremos se peden alcanzar en:*

1º) *Los extremos del intervalo:*

$$x=\frac{1}{e}\quad y\quad x=e$$

2º) *Los puntos singulares de la función:*

$$f'(x)=\frac{-1}{x^2}+\frac{1}{x}=\frac{-1+x}{x^2}=0\rightarrow x=1$$

2º) *Los puntos picudos de la función:*

$$f'(x)=\frac{-1+x}{x^2}\rightarrow f\ \ es\ \ derivable\ \ en\ \ (0,+\infty)$$

*POr tanto no hya puntos picudos en el intervalo* $\left[\frac{1}{e}\,,e\right]$

*Por tanto:*

$$f\left(\frac{1}{e}\right)=e+\ln\left(\frac{1}{e}\right)=e-1=1'71$$

$$f(1)=1+\ln(1)=1$$

$$f(e)=\frac{1}{e}+\ln(e)=\frac{1}{e}+1=$$

*Es decir*

*Máximo absoluto es* $e-1$ *y se alcanza en* $x=\frac{1}{e}$

*Mínimo absoluto es* $1$ *y se alcanza en* $x=1$

| | COLEGIO ITALICA<br>Arguijo 5-7<br>SEVILLA 41003 | MATEMATICAS II<br>2º BACHILLERATO<br>EVAL: 3ª<br>FECHA: 22-3-2017 | |
|---|---|---|---|
| NOMBRE | | | |

b) **Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de *f* en el punto de abscisa x = e.**

$$f(x)=\frac{1}{x}+\ln(x) \qquad f'(x)=\frac{-1+x}{x^2}$$

$$f(e)=\frac{1}{e}+1 \qquad f'(e)=\frac{-1+e}{e^2}$$

$$t:\ y-\left(\frac{1}{e}+1\right)=\frac{-1+e}{e^2}(x-e)$$

$$y-\frac{1}{e}-1=\left(\frac{-1+e}{e^2}\right)x-\frac{-1+e}{e}$$

$$y=\left(\frac{-1+e}{e^2}\right)x+\frac{1}{e}-1+\frac{1}{e}+1$$

$$y=\left(\frac{-1+e}{e^2}\right)x+\frac{2}{e}$$

$$\boxed{y=0'23x+0'74}$$