	COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003	MATEMATICAS II 2º BACHILLERATO EVAL: 2ª FECHA: 15-2-2017	
NOMBRE			

Ejercicio 1: **Estudia la derivabilidad de la función** $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ **definida por:**

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{3+x^2}-x & si \quad 0<x\le 1\\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{x^2}{4} & si \quad x>1\end{cases}$$

Calcula la función derivada.

$$3+x^2>0 \quad \forall x\in\mathbb{R}$$

$$y=\sqrt{3+x^2}-x \;\; es\ continua\ en\ \mathbb{R}\to f\ es\ continua\ en\ (0,1)$$

$$y=\frac{1}{x}+\frac{x^2}{4} \qquad es\ continua\ en\ \mathbb{R}\setminus\{0\}\to f\ es\ continua\ en\ (1,+\infty)$$

$$\underline{x=1|}$$

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to1}(\sqrt{3+x^2}-x)=1\\ \lim\limits_{x\to1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to1}(\frac{1}{x}+\frac{x^2}{4})=1'25\end{array}\right\}\ Discontinuidad\ de\ salto\ finito$$

$$f'(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{\sqrt{3+x^2}}-1 & si \quad 0<x<1\\ \dfrac{-1}{x^2}+\dfrac{x}{2} & si \quad x>1\end{cases}$$

$$y=\frac{x}{\sqrt{3+x^2}}-1\ es\ continua\ en\ \mathbb{R}\to f\ es\ derivable\ en\ (0,1)$$

$$y=\frac{-1}{x^2}+\frac{x}{2} \qquad es\ continua\ en\ \mathbb{R}\setminus\{0\}\to f\ es\ derivable\ en\ (1,+\infty)$$

$$\underline{x=1|}$$

$$No\ es\ derivable\ porque\ no\ es\ continua$$

	COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003	MATEMATICAS II 2º BACHILLERATO EVAL: 2ª FECHA: 15-2-2017	
NOMBRE			

Ejercicio 2: **Sabiendo que** $\lim_{x\to 0}\frac{\cos(3x)-e^{x}+ax}{x\cdot sen(x)}$ **es finito, calcula** a **y el valor del límite.**

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos(3x)-e^{x}+ax}{x\cdot sen(x)}=\left(\frac{0}{0}\right)=[L'H]=\lim_{x\to 0}\frac{-3sen(3x)-e^{x}+a}{sen(x)+x\cdot\cos(x)}=\left(\frac{-1+a}{0}\right)=$$

$$\left[Para\ \ que\ \ es\ \ límite\ sea\ \ finito\ \ ha\ de\ ser\ \ \boxed{a=1}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{-3sen(3x)-e^{x}+1}{sen(x)+x\cdot\cos(x)}=\left(\frac{0}{0}\right)=[L'H]=\lim_{x\to 0}\frac{-9\cos(3x)-e^{x}}{\cos(x)+\cos(x)-x\cdot sen(x)}=\frac{-10}{2}=\boxed{-5}$$

Ejercicio 3: **Sabiendo que** $\lim_{x\to 0}\frac{ax^{2}+bx+1-\cos(x)}{sen(x^{2})}$ **es finito e igual a uno, calcula los valores de** a **y** b**.**

$$\lim_{x\to 0}\frac{ax^{2}+bx+1-\cos(x)}{sen(x^{2})}=\left(\frac{0}{0}\right)=[L'H]=\lim_{x\to 0}\frac{2ax+b+sen(x)}{\cos(x^{2})\cdot 2x}=\left(\frac{b}{0}\right)$$

$$\left[Para\ \ que\ \ es\ \ límite\ sea\ \ finito\ \ ha\ de\ ser\ \ \boxed{b=0}\right]$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{2ax+sen(x)}{\cos(x^{2})\cdot 2x}=\left(\frac{0}{0}\right)=[L'H]=\lim_{x\to 0}\frac{2a+\cos(x)}{-sen(x^{2})\cdot 4x^{2}+\cos(x^{2})\cdot 2}=\frac{2a+1}{2}$$

Entonces

$$\frac{2a+1}{2}=1\to 2a+1=2\to 2a=1\to\boxed{a=\frac{1}{2}}$$

	COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003	MATEMATICAS II 2º BACHILLERATO EVAL: 2ª FECHA: 15-2-2017	
NOMBRE			

Ejercicio 4: Determina a y b sabiendo que $b>0$ y que la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida como

$$f(x)=\begin{cases} a\cos(x)+2x & si \quad x<0 \\ a^2\ln(x+1)+\dfrac{b}{x+1} & si \quad x\geq 0 \end{cases}$$

e s derivable.

$$\text{Im}\ \textit{ponemos la continuidad en } x=0:$$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}(a\cos(x)+2x)=a \\ \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}(a^2\ln(x+1)+\dfrac{b}{x+1})=b \end{array}\right\}\boxed{a=b}$$

$$f'(x)=\begin{cases} -a\cdot sen(x)+2 & si \quad x<0 \\ \dfrac{a^2}{x+1}+\dfrac{-b}{(x+1)^2} & si \quad x>0 \end{cases}$$

$$\text{Im}\ \textit{ponemos la derivabilidad en } x=0:$$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 0^-} f'(x)=\lim\limits_{x\to 0}(-a\cdot sen(x)+2)=2 \\ \lim\limits_{x\to 0^+} f'(x)=\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{a^2}{x+1}+\dfrac{-b}{(x+1)^2}\right]=a^2-b \end{array}\right\}\boxed{2=a^2-b}$$

$$\left.\begin{array}{r} a=b \\ a^2-b=2 \end{array}\right\}\to\left.\begin{array}{r} a=b \\ b^2-b-2=0 \end{array}\right\}$$

$$b=\frac{-1\pm\sqrt{1+8}}{2}=\frac{-1\pm 3}{2}=\begin{cases}\boxed{b=1} \\ b=-2\end{cases}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} a=1 \\ b=1 \end{array}}$$

Colegio Itálica Sevilla	COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003	MATEMATICAS II 2º BACHILLERATO EVAL: 2ª FECHA: 15-2-2017	
NOMBRE			

<u>Ejercicio 5:</u> Calcula las ecuaciones de las rectas tangente y normal a las siguientes curvas en los puntos que se indican:

$$a)\ \ x^2+y^2-25=0 \quad en\ \ el\ \ \ punto\ (3,\ 4)$$

$$2x+2yy'=0 \to 2yy'=-2x \to y'=\frac{-x}{y} \to y'(3,4)=\frac{-3}{4}$$

$$t_{(3,4)}:\ y-4=\frac{-3}{4}(x-3)$$

$$4y-16=-3x+9$$

$$\boxed{3x+4y-25=0}$$

$$n_{(3,4)}:\ y-4=\frac{4}{3}(x-3)$$

$$3y-12=4x-12$$

$$\boxed{4x-3y=0}$$

$$b)\ \ y=x^{\ln x} \quad en\ \ x=1$$

$$Lny=Lnx^{\ln x}$$

$$Lny=\ln x\cdot Lnx$$

$$\frac{y'}{y}=\frac{1}{x}\cdot Lnx+Lnx\cdot\frac{1}{x}$$

$$\frac{y'}{y}=\frac{2Lnx}{x} \to y'=x^{\ln x}\cdot\frac{2Lnx}{x}$$

$$f(1)=1^{\ln 1}=1^0=1$$

$$f'(1)=1^{\ln 1}\cdot\frac{2Ln1}{1}=0$$

$$t_{x=1}:\ y-1=0(x-1)$$

$$\boxed{y=1}$$

$$Como\ \ t\ \ es\ \ horizontal\ \ n\ \ es\ vertical:$$

$$n:\ \boxed{x=1}$$