	<p style="text-align: center;">COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003</p>	<p style="text-align: center;">MATEMATICAS II 2º BACHILLERATO EVAL: 1ª FECHA: 1-12-16</p>	
<p>NOMBRE</p>			

Ejercicio 1: Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\left. \begin{aligned} x + 2y + z &= 0 \\ x - y + mz &= m - 2 \\ mx + y + 3z &= m - 2 \end{aligned} \right\}$$

a) Discute el sistema según los valores del parámetro m

$$\left. \begin{aligned} x + 2y + z &= 0 \\ x - y + mz &= m - 2 \\ mx + y + 3z &= m - 2 \end{aligned} \right\} \rightarrow A' = \left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{1} & \boxed{2} & 1 & 0 \\ \boxed{1} & \boxed{-1} & m & m - 2 \\ m & 1 & 3 & m - 2 \end{array} \right)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -3 \neq 0 \rightarrow \text{rg}(A) \geq 2$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & m \\ m & 1 & 3 \end{vmatrix} = -3 + 2m^2 + 1 + m - 6 - m = 2m^2 - 8 = 0 \rightarrow m = \pm 2$$


$$\left. \begin{aligned} \text{Si } m \neq -2 \wedge 2 &\rightarrow \text{rg}(A) = 3 \\ \text{rg}(A') &= 3 \\ n &= 3 \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{SCD}$$

$$\underline{m = 2}$$

$$A' = \left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{1} & \boxed{2} & 1 & 0 \\ \boxed{1} & \boxed{-1} & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \end{array} \right) \quad \text{rg}(A) = 2$$

Como el sistema es homogéneo:

$$\left. \begin{aligned} \text{rg}(A) &= 2 \\ \text{rg}(A) &= 3 \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{SCI}$$

	<p style="text-align: center;">COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003</p>	<p style="text-align: center;">MATEMATICAS II 2º BACHILLERATO EVAL: 1ª FECHA: 1-12-16</p>	
<p>NOMBRE</p>			

$$m = -2$$

$$A' = \left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{1} & \boxed{2} & 1 & 0 \\ \boxed{1} & \boxed{-1} & -2 & -4 \\ -2 & 1 & 3 & -4 \end{array} \right) \quad \text{rg}(A) = 2$$

En A' orlamos con F_3, C_4 :

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -4 \\ -2 & 1 & -4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -4 \\ -3 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} 32 \neq 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{rg}(A) = 2 \\ \text{rg}(A) = 3 \end{array} \right\} \rightarrow SI$$


b) Resuélvelo, si es posible, para $m = 2$ y $m = 1$

$m = 2$ Según el apartado anterior

$$A' = \left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{1} & \boxed{2} & 1 & 0 \\ \boxed{1} & \boxed{-1} & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \end{array} \right) \quad SCI$$

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y + z = 0 \\ x - y + 2z = 0 \end{array} \right\} \xrightarrow{F_2 - F_1} \left. \begin{array}{l} x + 2y + z = 0 \\ -3y + z = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x + 2y + 3y = 0 \\ z = 3y \end{array} \right\}$$

$$\rightarrow \left. \begin{array}{l} x = -5y \\ z = 3y \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{|l} x = -5\lambda \\ y = \lambda \\ z = 3\lambda \end{array} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

	<p>COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003</p>	<p>MATEMATICAS II 2º BACHILLERATO EVAL: 1ª FECHA: 1-12-16</p>	
<p>NOMBRE</p>			

$m=1$ | Según el apartado anterior


$$A' = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 3 & -1 \end{array} \right) \text{SCD}$$

$$|A| = -6$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 3 \end{vmatrix}}{-6} = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{vmatrix}}{-6} = \frac{1 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}}{-6} = \frac{2}{-6} = \boxed{\frac{-1}{3}}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix}}{-6} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{vmatrix}}{-6} = \frac{-1 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}}{-6} = \frac{-2}{-6} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}}{-6} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}}{-6} = \frac{-2 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}}{-6} = \frac{2}{-6} = \boxed{\frac{-1}{3}}$$

	<p>COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003</p>	<p>MATEMATICAS II 2º BACHILLERATO EVAL: 1ª FECHA: 1-12-16</p>	
<p>NOMBRE</p>			

Ejercicio 2: Considera los puntos $A(1, k, 3)$, $B(k+1, 0, 2)$, $C(1, 2, 0)$ y $D(2, 0, 1)$.

- a) Existe algún valor de k para el que los vectores \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BC} y \overrightarrow{CD} sean linealmente dependientes?

$$\overrightarrow{AB}(k, -k, -1)$$

$$\overrightarrow{BC}(-k, 2, -2)$$

$$\overrightarrow{CD}(1, -2, 1)$$

$$\begin{vmatrix} k & -k & -1 \\ -k & 2 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 2k + 2k - 2k + 2 - k^2 - 4k = -k^2 - 2k + 2 = 0$$

$$k = \frac{2 \pm \sqrt{4+8}}{-2} = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{-2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{-2} = -1 \pm \sqrt{3} = \begin{cases} 0'73 \\ -2'73 \end{cases}$$


- b) Para $k = 1$, calcula el área del triángulo de vértices A , B y C

$$\overrightarrow{AB}(1, -1, -1)$$

$$\overrightarrow{BC}(-1, 2, -2)$$

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{BC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -2 \end{vmatrix} = 4\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k} = (4, 3, 1)$$

$$\text{Area}(\triangle ABC) = \frac{1}{2} \sqrt{16+9+1} = \frac{\sqrt{26}}{2} u^2$$

	<p>COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003</p>	<p>MATEMATICAS II 2º BACHILLERATO EVAL: 1ª FECHA: 1-12-16</p>	
<p>NOMBRE</p>			

c) **Calcula los valores de k para los que los puntos A, B, C y D forman un tetraedro de volumen 1.**

$$\overrightarrow{AB}(k, -k, -1)$$

$$\overrightarrow{BC}(-k, 2, -2)$$

$$\overrightarrow{CD}(1, -2, 1)$$


$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}] = \begin{vmatrix} k & -k & -1 \\ -k & 2 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = -k^2 - 2k + 2$$

$$V(\text{Tetraedro}) = \frac{1}{6}(-k^2 - 2k + 2)$$

$$\frac{1}{6}(-k^2 - 2k + 2) = 1 \rightarrow -k^2 - 2k + 2 = 6 \rightarrow -k^2 - 2k - 4 = 0$$

$$k^2 + 2k + 4 = 0$$

$$k = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 16}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-12}}{2} \notin \mathbb{R}$$

	COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003	MATEMATICAS II 2º BACHILLERATO EVAL: 1ª FECHA: 1-12-16	
NOMBRE			

Ejercicio 3: Sea el punto $P(2, 3, -1)$ y la recta r dada por las ecuaciones $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$

a) Halla la ecuación del plano perpendicular a r que pasa por P .

$$r: \begin{cases} x = 1 \\ y = -2\lambda \\ z = \lambda \end{cases} \rightarrow \begin{cases} P_r(1, 0, 0) \\ \vec{d}_r(0, -2, 1) \end{cases}$$

$$P(2, 3, -1)$$

$$\vec{n}_\pi = \vec{d}_r(0, -2, 1)$$

$$\pi: -2y + z + D = 0$$

$$P \in \pi \rightarrow -6 - 1 + D = 0 \rightarrow D = 7$$

$$\boxed{\pi: -2y + z + 7 = 0}$$


b) Halla la ecuación de la recta paralela a r que pasa por P .

$$r: \begin{cases} x = 1 \\ y = -2\lambda \\ z = \lambda \end{cases} \rightarrow \begin{cases} P_r(1, 0, 0) \\ \vec{d}_r(0, -2, 1) \end{cases}$$

$$P(2, 3, -1)$$

$$\vec{d}_s = \vec{d}_r(0, -2, 1)$$

$$s: \frac{x-2}{0} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{1} \rightarrow \begin{cases} -2x+4=0 \\ y-3=-2z-2 \end{cases} \rightarrow \boxed{\begin{cases} x-2=0 \\ y+2z-1=0 \end{cases}}$$

	<p>COLEGIO ITALICA Arguijo 5-7 SEVILLA 41003</p>	<p>MATEMATICAS II 2º BACHILLERATO EVAL: 1ª FECHA: 1-12-16</p>	
<p>NOMBRE</p>			

c) Halla la ecuación del plano que contiene a r y a P

$$r: \begin{cases} x = 1 \\ y = -2\lambda \\ z = \lambda \end{cases} \rightarrow \begin{cases} P_r(1, 0, 0) \\ \vec{d}_r(0, -2, 1) \end{cases}$$

$$P(2, 3, -1)$$

$$\vec{u}_\alpha = \vec{d}_r(0, -2, 1)$$

$$\vec{v}_\alpha = \vec{P_rP}(1, 3, -1)$$

$$\alpha: \begin{vmatrix} x-1 & y & z \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow \alpha: -1(x-1) + y + 2z = 0$$

$$\boxed{\alpha: -x + y + 2z + 1 = 0}$$