TEMA 4: REPRESENTACION GRÁFICA DE FUNCIONES.

3. Simetría:

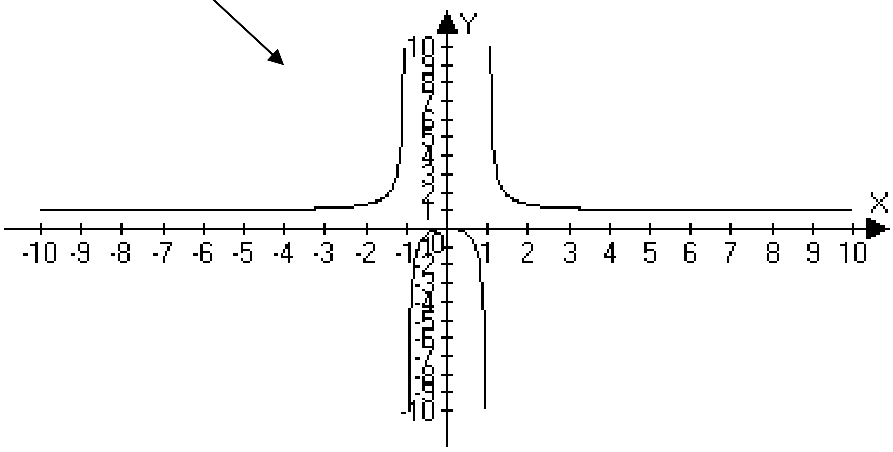
- *f* es par si *f(-x) = f(x)*. Las funciones pares son simétricas respecto del eje OY.

Ejemplos:

$$f(x) = x^2 - 2$$

$$f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$$

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}$$



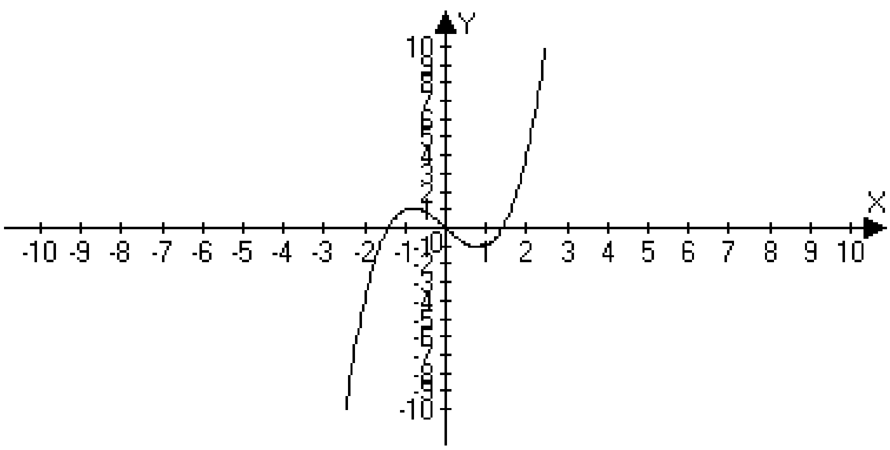
- *f* es impar si *f(-x) = -f(x)*. Las funciones impares son simétricas respecto del origen de coordenadas.

Ejemplos:

$$f(x) = x^3 - 2x$$

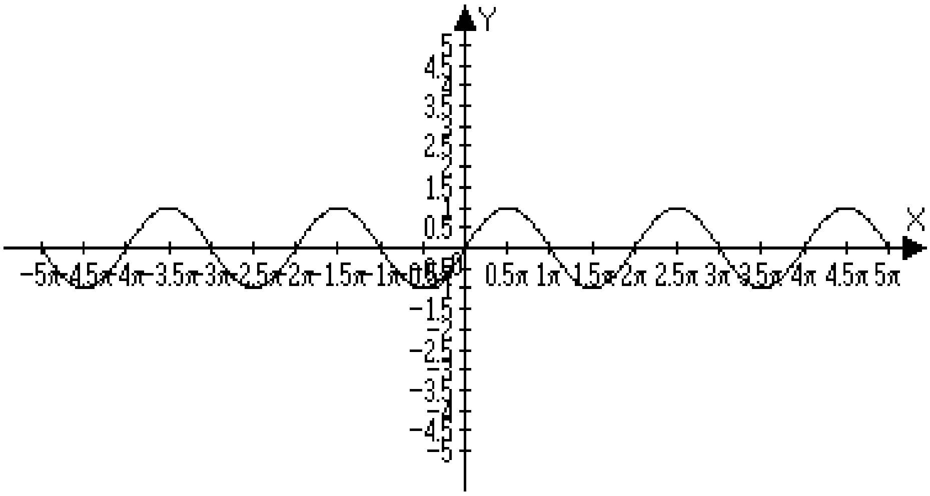
$$f(x) = x^5 - 2x^3 + 3x$$

$$f(x) = \frac{x^3 + 3x}{x^3 - x}$$

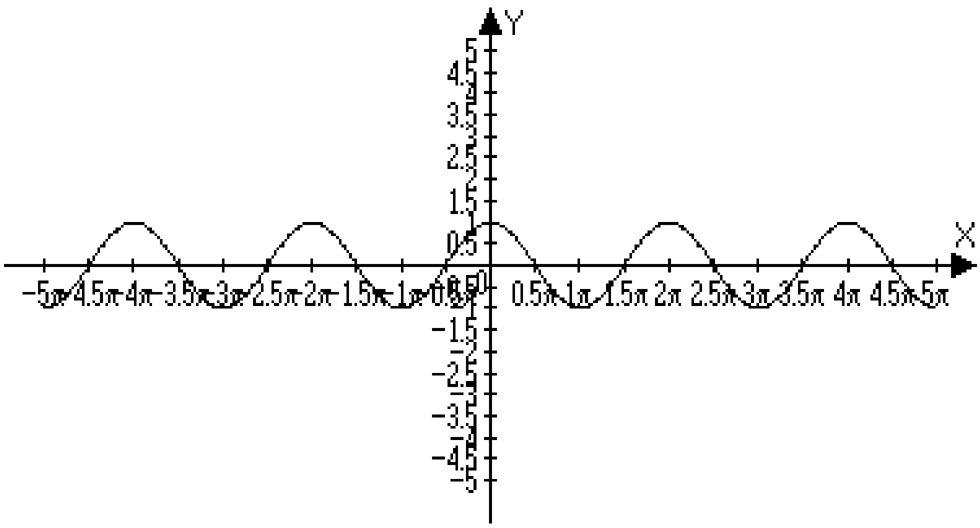


4. Periodicidad:

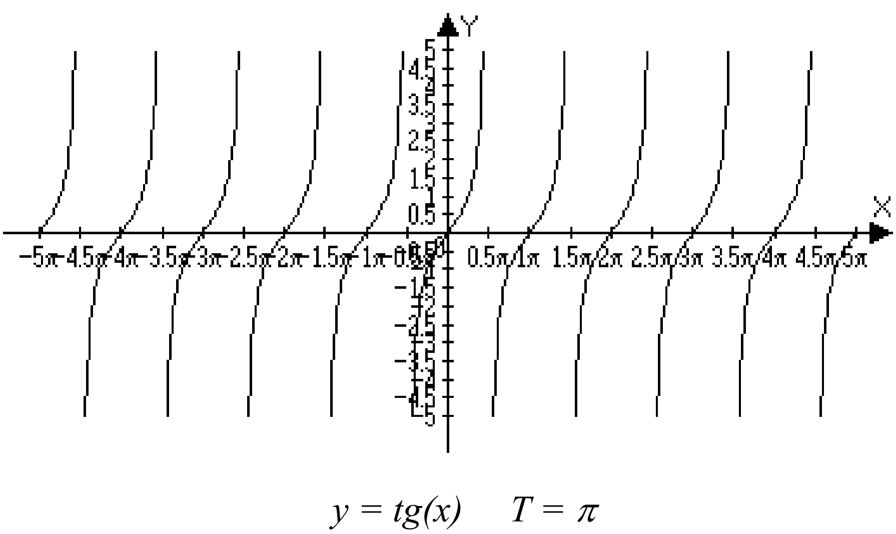
- *f* es periódica de periodo T si $f(x+T) = f(x)\ \ \forall x$ *del dominio de f*. Las funciones periódicas cuya expresión analítica conocemos son las trigonométricas..



$y = sen(x) \qquad T = 2\pi$



$y = cos(x) \qquad T = 2\pi$

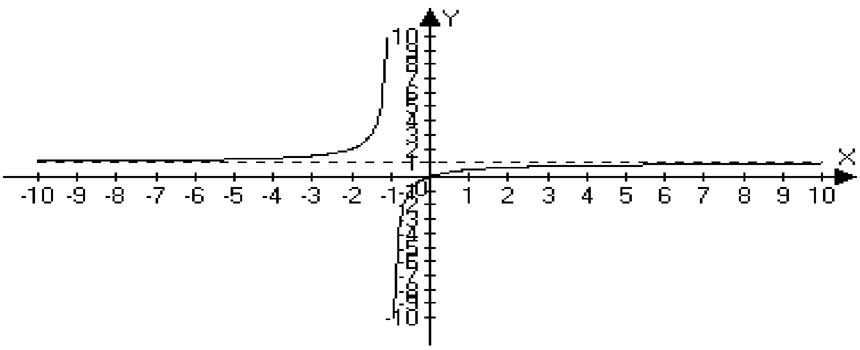


$y = tg(x) \qquad T = \pi$

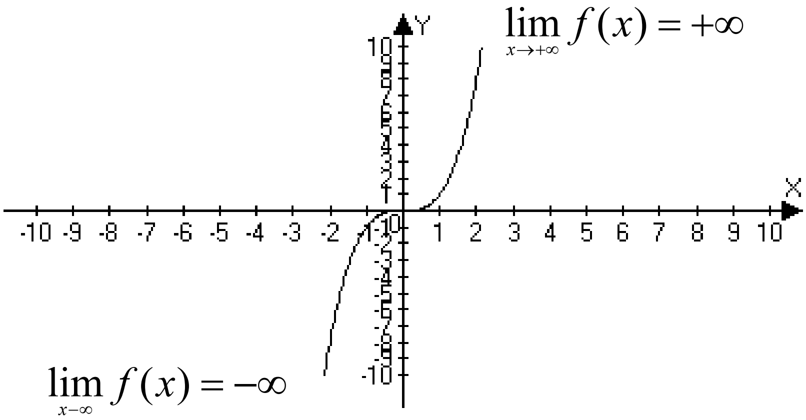
5. Ramas infinitas:

Asíntotas horizontales:

La recta $y = k$ es una A.H. de la función f si: $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = k$



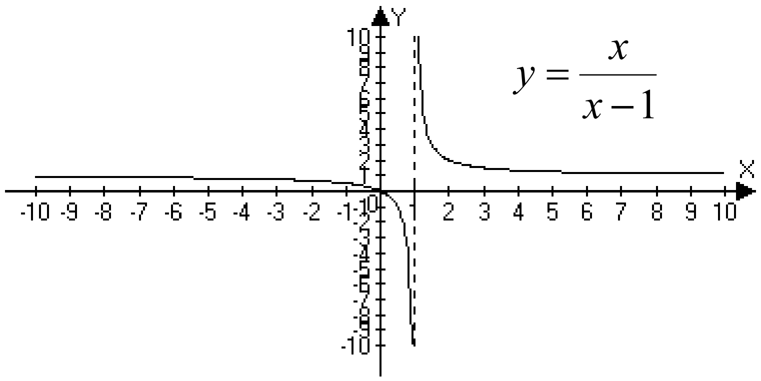
- Una función tiene a lo sumo dos asíntotas horizontales: una "en +∞" y otra "en -∞".
- Si $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \pm\infty$ la función no tiene asíntotas horizontales. Diremos entonces que son ramas parábolicas. Ejemplo:



Asíntotas verticales:

La recta $x = a$ es una A.V. de la función f si: $\lim_{x \to a} f(x) = \infty$

En la definición da igual a^+, a^-, +∞ o -∞.



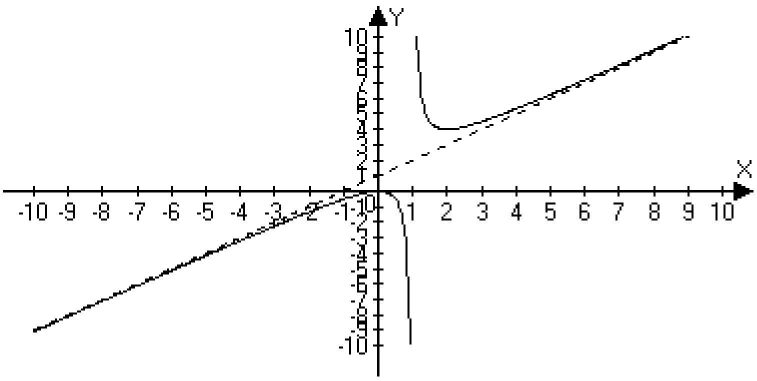
- Obsérvese que las A.V. se producen en puntos que no están en el dominio de la función.
- Una función puede tener hasta infinitas A.V. Por ejemplo y = tg(x).

Asíntotas oblicuas:

La recta $y = mx + n$ es una A.O. de la función f si: $\lim_{x \to \infty} [f(x) - (mx + n)] = 0$

Para determinar si una función tiene A.O. basta con calcular m y n mediante las siguientes formulas y comprobar que son números finitos:

$$m = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} \qquad\qquad n = \lim_{x \to \infty} [f(x) - mx]$$



$$y = \frac{x^2}{x-1}$$

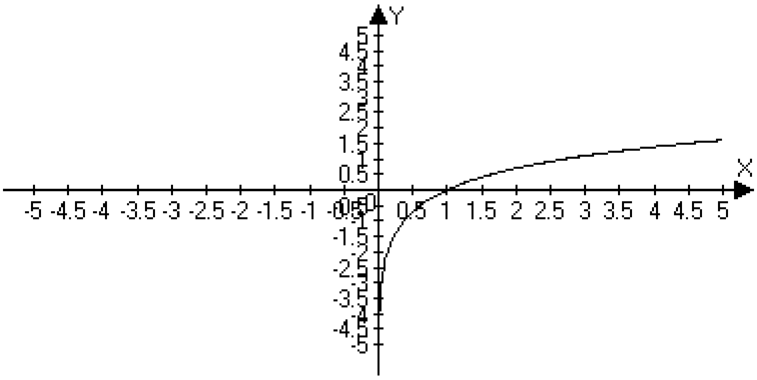
$$A.O.: y = x + 1$$

- Las Funciones racionales que tienen A.O. son aquellas en las que gr(numer.) = gr(denom.) + 1.

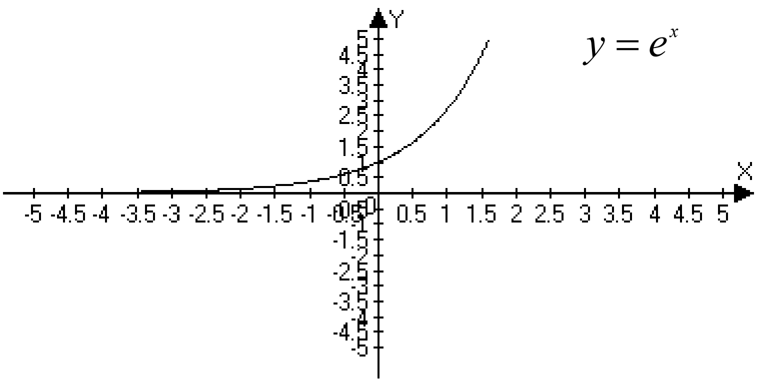
- Una función no puede tener simultáneamente A.H. y A.O.

Otras consideraciones:

El estudio de las ramas infinitas es un tanto especial en las funciones exponenciales y logarítmicas pues en ellas se simultanean distintos tipos:



$$y = \ln(x)$$



$$y = e^x$$