

MATEMATICAS II – 2º BACHILLERATO

TRABAJO DE REPERESNTACION GRAFICA DE FUNCIONES

El trabajo consistirá en el estudio analítico y posterior representación gráfica de las siguientes funciones:

$$1^a) f(x) = \frac{9x-3}{x^2-2x}$$

$$2^a) f(x) = \frac{x^2-2x+2}{x-1}$$

$$3^a) f(x) = \frac{2x^2}{x^2-1}$$

$$4^a) f(x) = x^2 \cdot e^{\frac{x}{2}}$$

$$5^a) f(x) = 2x^3 - 6x + 4$$

$$6^a) f(x) = \frac{x^3}{(x+1)^2}$$

$$7^a) f(x) = \frac{2x^2+2}{x+2}$$

$$8^a) f(x) = (x+3) \cdot e^{-x}$$

$$9^a) f(x) = \frac{1}{\ln x}$$

$$10^a) f(x) = \ln(x^2 - 1)$$

$$11^a) f(x) = \cos^2 x$$

$$12^a) f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$$

Para cada una de las funciones se tendrá en cuenta el siguiente guión:

1. Dominio.

2. Continuidad.

3. Signo. Cortes con los ejes.

4. Monotonía. Extremos relativos.

5. Curvatura. Puntos de inflexión.

6. Simetría.

7. Periodicidad.

8. Ramas infinitas.

9. Tabla de valores.

10. Representación gráfica.

11. Recorrido.

12. Acotación. Extremos absolutos.

El profesor de la asignatura:

Juan María Calles Reyes

EJEMPLO:

$$y = \frac{2x^2}{x^2 - 1}$$

1. DOMINIO

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases} \quad \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$$

2. CONTINUIDAD

$$x = -1 : \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty \end{cases} \Rightarrow \text{Discontinuidad de salto infinito}$$

$$x = 1 : \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty \end{cases} \Rightarrow \text{Discontinuidad de salto infinito}$$

3. SIGNO. CORTES CON LOS EJES

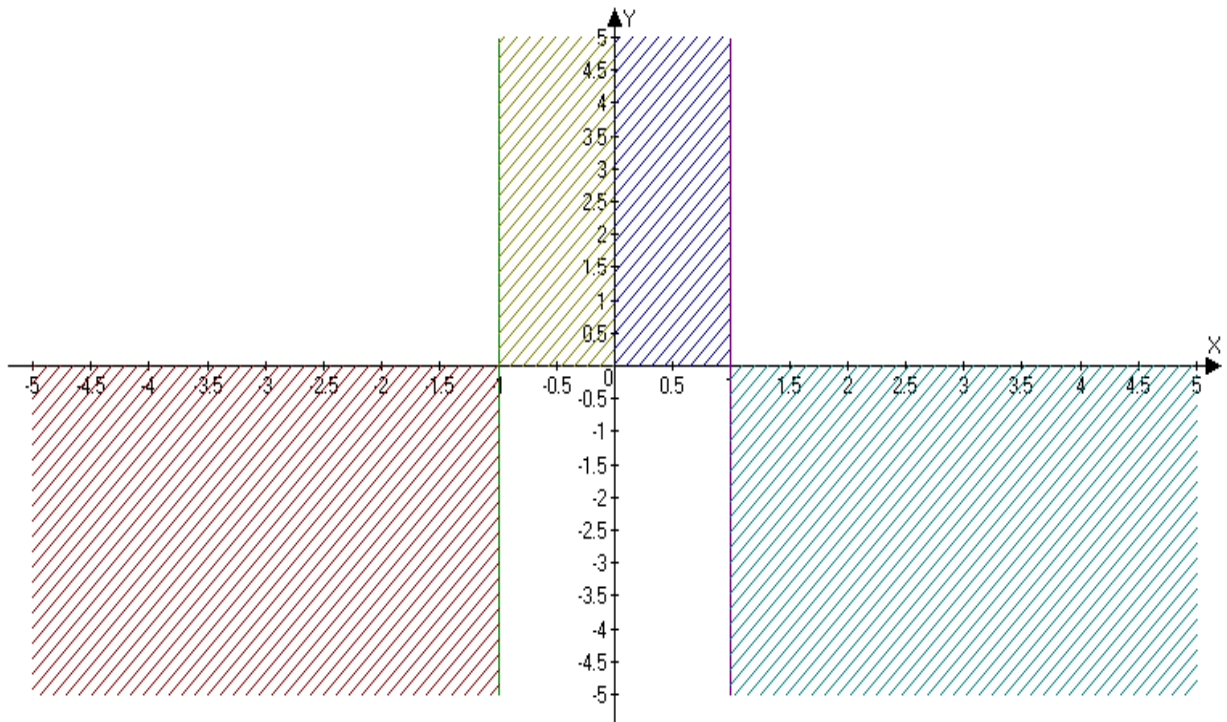
$$2x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, 1)$	$(1, +\infty)$
$2x^2$	+	+	+	+
$x^2 - 1$	+	-	-	+
$f(x)$	+	-	-	+

$$OX : (0, 0)$$

$$OY : (0, 0)$$



4. MONOTONIA. EXTREMOS RELATIVOS

$$f'(x) = \frac{4x(x^2 - 1) - 2x^2 \cdot 2x}{(x^2 - 1)^2} = \frac{-4x}{(x^2 - 1)^2}$$

$$-4x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$(x^2 - 1)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, 1)$	$(1, +\infty)$
$-4x$	+	+	-	-
$(x^2 - 1)^2$	+	+	+	+
$f'(x)$	+	+	-	-
$f(x)$	↑	↑	↓	↓

5. CURVATURA. PUNTOS DE INFLEXION

$$f''(x) = \frac{-4(x^2 - 1)^2 + 4x \cdot 2(x^2 - 1)2x}{(x^2 - 1)^4} = \frac{-4(x^2 - 1) + 16x^2}{(x^2 - 1)^3} = \frac{12x^2 + 4}{(x^2 - 1)^3}$$

$$12x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{-1}{3}} \notin \mathfrak{R}$$

$$(x^2 - 1)^3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, +\infty)$
$12x^2 + 4$	+	+	+
$(x^2 - 1)^3$	+	-	+
$f''(x)$	+	-	+
$f(x)$	∪	∩	∪

6. SIMETRIA

$$f(-x) = \frac{2(-x)^2}{(-x)^2 - 1} = \frac{2x^2}{x^2 - 1} = f(x)$$

Por tanto f es par, es decir, simétrica respecto del eje de ordenadas.

7. PERIODICIDAD

Solo lo son las funciones trigonométricas.

8. RAMAS INFINITAS

A.V:

$$x = -l : \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -l^-} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -l^+} f(x) = -\infty \end{cases}$$

$$x = l : \begin{cases} \lim_{x \rightarrow l^-} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow l^+} f(x) = +\infty \end{cases}$$

A.H:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \left(\frac{\infty}{\infty} \right) = \frac{2}{1} = 2 \Rightarrow y = 2$$

A.O:

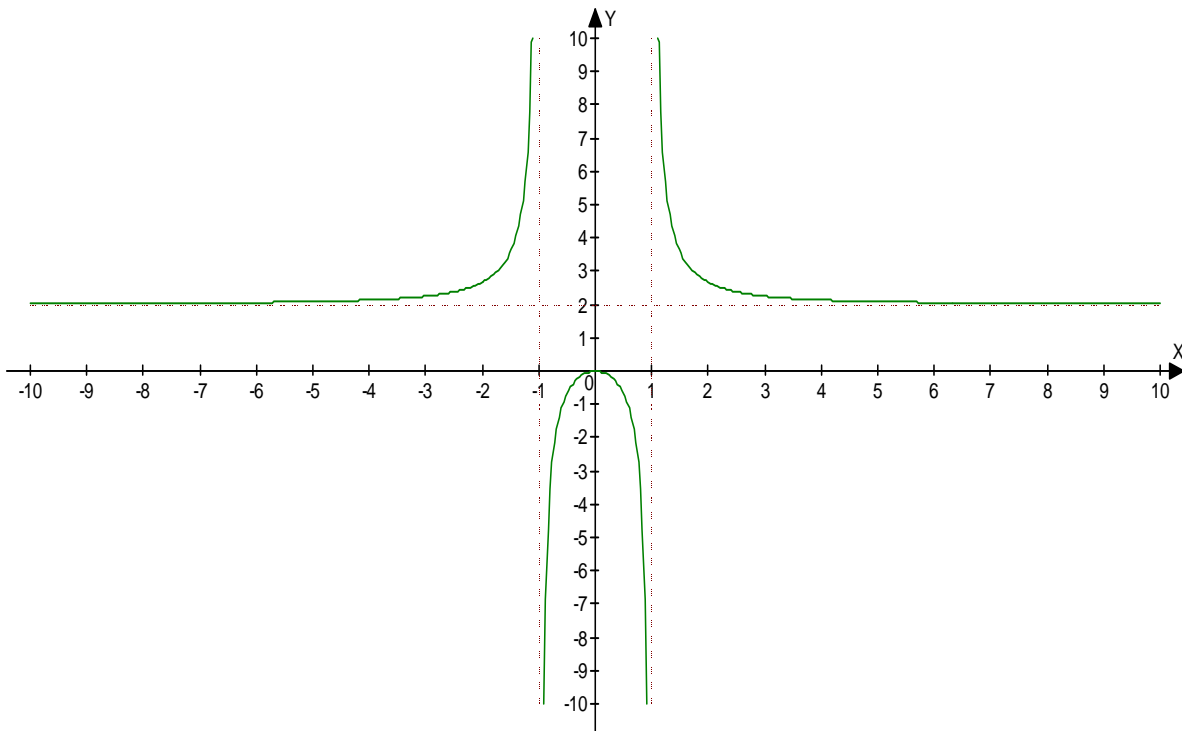
No hay, pues existen A.H.

9. TABLA DE VALORES

$$y = \frac{2x^2}{x^2 - 1}$$

<u>X</u>	<u>Y</u>
-3	2.25
-2	2.67
0	0
2	2.67
3	2.25

10. REPRESENTACION GRAFICA



11. RECORRIDO

$$\text{Rec}(f) = (-\infty, 0] \cup (2, +\infty)$$

12. ACOTACION. EXTREMOS ABSOLUTOS

f no es acotada ni superior ni inferiormente.